



**Eduardo Breitenbach Camargo**

**SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL DO PERFIL AERODINÂMICO  
EPPLER 423 VARIANDO O ÂNGULO DE ATAQUE**

Horizontalina - RS

**2017**

**Eduardo Breitenbach Camargo**

**SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL DO PERFIL AERODINÂMICO  
EPPLER 423 VARIANDO O ÂNGULO DE ATAQUE**

Trabalho final de curso apresentado como requisito parcial para a obtenção do título de bacharel em engenharia mecânica na Faculdade Horizontina, sob a orientação do Prof. Dr. Geovane Webler

**Horizontina - RS**

2017

**FAHOR - FACULDADE HORIZONTALINA  
CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**A Comissão Examinadora, abaixo assinada, aprova o trabalho final de curso**

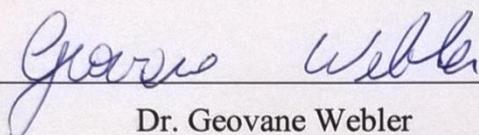
**SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL DO PERFIL AERODINÂMICO EPPLER 423  
VARIANDO O ÂNGULO DE ATAQUE**

**Elaborada por:**

**Eduardo Breitenbach Camargo**

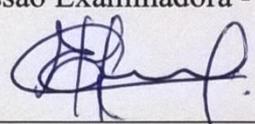
Como requisito parcial para a obtenção do grau de Bacharel em  
Engenharia Mecânica

Aprovado em: 21/11/2017  
Pela Comissão Examinadora



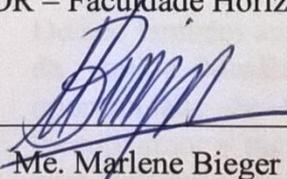
---

Dr. Geovane Webler  
Presidente da Comissão Examinadora - Orientador



---

Me. Eloir Fernandes  
FAHOR – Faculdade Horizontina



---

Me. Marlene Bieger  
FAHOR – Faculdade Horizontina

**Horizontina - RS**

**2017**

Dedico esse trabalho à minha família, que sempre me apoiou e me incentivou a conquistar novos objetivos.

Dedico também aos meus colegas e amigos integrantes da equipe MasBáh Aerodesign que me deram a oportunidade de me aprimorar junto a eles e me incentivaram a me esforçar cada vez mais para tornar esse trabalho uma realidade, em especial aos capitães que carregaram a equipe ao longo das edições em que estive presente.

Por fim, dedico os resultados obtidos a seguir pela orientação e esforços impostos pelos Drs. Fabiano Cassol e Geovane Webler, sem os quais não seria possível obtê-los.

A todos que direta ou indiretamente fizeram parte da minha formação, o meu muito obrigado.

## RESUMO

A engenharia tem representado um papel importante no desenvolvimento de equipamentos fluidodinâmicos, tais como os ventiladores industriais, ailerons de fórmula 1, misturadores e turbinas são alguns exemplos que podem ser mencionados. Essas aplicações, contudo, requerem o uso de testes experimentais, uso de modelos em escala ou recursos de simulação computacional para a melhor otimização da máquina em questão. O projeto de AeroDesign pode também fazer proveito do CFD, solucionando as resultantes aerodinâmicas dos corpos como asa, fuselagem, profundor e trem de pouso quando imersos no fluido (nesse caso o ar) sob condições prescritas de temperatura, altitude, velocidade relativa ao vento, ângulo de ataque e comprimento característico de cada corpo. Também ocorre o problema da falta de ferramentas e metodologias de pesquisa, no caso da equipe Masbáh AeroDesign, a falta do domínio de uma ferramenta como Ansys Student reduz a qualidade dos projetos. Sendo assim o presente trabalho tem como objetivo solucionar um escoamento entorno de um perfil Eppler 423, usando-se o modelo matemático  $\gamma Re\theta$  e o módulo Fluent para captura dos gráficos de coeficiente de pressão; contornos de turbulência, pressão e velocidade. Os resultados foram satisfatórios apresentando comparativo com o software XFLR5 e dispondo uma forma viável e com boa precisão para fase de projeto de aerodinâmica.

**PALAVRAS-CHAVE:** Aerodinâmica. CFD. Eppler 423.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Características geométricas de um perfil aerodinâmico .....	15
Figura 2 - A construção de um contorno de um aerofólio .....	15
Figura 3 - Gráfico de coordenadas unitárias do perfil aerodinâmico E423 .....	16
Figura 4 - Representação de vetores L, D, N e A .....	16
Figura 5 - Comportamento de escoamento sobre aerofólio.....	18
Figura 6 - Distribuição de pressões ao longo da corda.....	19
Figura 7 - Exemplo de malha para estudo de escoamentos em 2D .....	20
Figura 8 - Ilustração de esforços em um elemento bidimensional .....	23
Figura 9 - Esquema exemplificando conservação de energia por Fortuna (2000) .....	24
Figura 10 - Etapas para simulação de perfil aerodinâmico .....	29
Figura 11 - Extensão de domínio .....	31
Figura 12 - Contorno de perfil em malha gerada .....	33
Figura 13 - Contorno de pressão grupo 1 .....	35
Figura 14 - Contornos de Velocidade (Grupo de ângulos nº 1) .....	36
Figura 15 - Contorno de turbulência (Grupo nº 1).....	37
Figura 16 - Contornos de Pressão (Grupo de ângulos nº 2).....	38
Figura 17 - Contornos de Velocidade (Grupo de ângulos nº 2) .....	38
Figura 18 - Contornos de Turbulência (Grupo de ângulos nº 2) .....	40
Figura 19 - Gráfico Cp x Corda -3 deg.....	41
Figura 20 - Gráfico Cp x Corda 0 deg .....	42
Figura 21 - Gráfico de Cp x Corda 2 deg .....	43
Figura 22 - Gráfico de Cp x Corda 4 deg .....	44
Figura 23 - Gráfico de Cp x Corda 6 deg .....	44
Figura 24 - Gráfico de Cp x Corda 8 deg .....	45
Figura 25 - Gráfico de Cp x Corda 10 deg .....	46
Figura 26 - Gráfico de Cp x Corda 12 deg .....	46
Figura 27 - Coeficientes aerodinâmicos.....	47
Figura 18 - Contornos de Turbulência (Grupo de ângulos nº 2) .....	48

## **LISTA DE QUADROS E TABELAS**

Quadro 1 - Coordenadas fornecidas para perfil aerodinâmico Eppler 423.....	30
Tabela 1 - Ângulos simulados .....	34

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>11</b>
1.1	TEMA .....	12
1.2	PROBLEMA DE PESQUISA .....	12
1.3	JUSTIFICATIVA .....	13
1.4	OBJETIVOS .....	13
1.4.1	Objetivo Geral .....	13
1.4.2	Objetivos Específicos .....	13
<b>2</b>	<b>REVISÃO DA LITERATURA .....</b>	<b>14</b>
2.1	EVOLUÇÃO DE AERONAVES .....	14
2.2	AERODINÂMICA.....	14
2.3	AEROFÓLIO OU PERFIL AERODINÂMICO .....	14
2.3.1	Desenvolvimento de aerofólio .....	15
2.4	ESCOAMENTO EXTERNO VISCOSO INCOMPRESSÍVEL .....	17
2.4.1	Arrasto em um escoamento externo .....	18
2.4.2	Sustentação em um escoamento externo .....	18
2.5	DINÂMICA DOS FLUIDOS COMPUTACIONAL .....	19
2.5.1	Malha ou Grid.....	19
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA .....</b>	<b>20</b>
3.1	MODELAMENTO MATEMÁTICO .....	20
3.1.1	Conservação da massa.....	22
3.1.2	Conservação de momento .....	23
3.1.3	Conservação da energia .....	24
3.1.3.1	Modelo de Turbulência e RANS.....	27
3.1.4	Modelo de Turbulência $\gamma$ - $Re\theta$ .....	28
3.2	ETAPAS DE SIMULAÇÃO .....	28
<b>4</b>	<b>APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS.....</b>	<b>30</b>
4.1	CONSTRUÇÃO DE MODELO CAD.....	30
4.2	GERAÇÃO DA MALHA .....	31
4.3	ANÁLISE DAS SIMULAÇÕES DE ESCOAMENTOS.....	34

4.3.1	Contornos de Pressão (Grupo de ângulos nº 1).....	35
4.3.2	Contornos de Velocidade (Grupo de ângulos nº 1).....	36
4.3.3	Contorno de Turbulência (Grupo de ângulos nº 1).....	37
4.3.4	Contornos de Pressão (Grupo de ângulos nº 2).....	37
4.3.5	Contornos de Velocidade (Grupo de ângulos nº 2).....	38
4.3.6	Contorno de Turbulência (Grupo de ângulos nº 2).....	39
4.3.7	Gráficos de Cp x Comprimento .....	40
4.3.7.1	Notas para gráfico de Cp em ângulo -3° .....	41
4.3.7.2	Notas para gráfico de Cp em ângulo 0° .....	42
4.3.7.3	Notas para gráfico de Cp em ângulo 2° .....	42
4.3.7.4	Notas para gráfico de Cp em ângulo 4° .....	43
4.3.7.5	Notas para gráfico de Cp em ângulo 6° .....	44
4.3.7.6	Notas para gráfico de Cp em ângulo 8° .....	45
4.3.7.7	Notas para gráfico de Cp em ângulo 10° .....	45
4.3.7.8	Notas para gráfico de Cp em ângulo 12° .....	46
4.3.8	Coeficientes Aerodinâmicos resultantes .....	47
	<b>CONCLUSÃO .....</b>	<b>49</b>
	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>50</b>
	<b>ANEXO .....</b>	<b>51</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A engenharia tem representado um papel importante no desenvolvimento de equipamentos fluidodinâmicos, tais como os ventiladores industriais, ailerons de fórmula 1, misturadores e turbinas são alguns exemplos que podem ser mencionados. Essas aplicações, contudo, requerem o uso de testes experimentais, uso de modelos em escala ou recursos de simulação computacional para a melhor otimização da máquina em questão.

Tratando-se do uso de computadores para projetos de engenharia, surgiu a oportunidade de teste e visualização de variáveis importantes, para a fase de projeto, que influem no desempenho da máquina, tais como pressão, velocidade e, tensões cisalhantes. E por fim, o teste de modelos em computadores é possível de forma não tão onerosa como seria no caso de haver deslocando fluxo de produção de uma fábrica para produção de material para teste.

A prática de CFD (Computacional Fluid Dynamics) foi originada pela análise de fenômenos envolvendo o escoamento dos fluidos, como a turbulência, e pela praticidade na utilização da capacidade computacional, em processar grande volume de informações, resultando no emprego simulações numéricas, com o objetivo de prever o comportamento de fluidos para aplicações, como as anteriormente mencionadas.

O projeto de AeroDesign pode também fazer proveito do CFD, solucionando as resultantes aerodinâmicas dos corpos como asa, fuselagem, profundor e trem de pouso quando imersos no fluido (nesse caso o ar) sob condições prescritas de temperatura, altitude, velocidade relativa ao vento, ângulo de ataque e comprimento característico de cada corpo.

Para o escoamento no entorno de um perfil aerodinâmico, as resultantes são decompostas nas duas forças que representam os esforços de sustentação e de arrasto, representados por  $L$  e  $D$ , respectivamente e que são expressas na forma de coeficientes aerodinâmicos.

Não se limitando apenas a essas grandezas, também é possível utiliza-se de análises dos contornos de pressão nas proximidades dos corpos, localização de regiões com turbulência e de fatores externos (aerofólio próximo ao solo).

## 1.1 TEMA

O tema proposto consiste na simulação computacional do perfil aerodinâmico E423 de asa para aeromodelo de competição de AeroDesign, por meio do uso do software Ansys Student, como forma de solução da distribuição de pressões e tensões cisalhantes ao longo do perfil.

## 1.2 PROBLEMA DE PESQUISA

A equipe MasBáh AeroDesign vem competindo durante várias edições da SAE AeroDesign Brasil com uma qualidade baixa das análises aerodinâmicas, função disso são a falta de domínio das ferramentas de análise e de estudo profundo a respeito dos fenômenos fluidodinâmicos ali presentes.

Não fazendo uso de túneis de vento, os valores dependem somente daquilo obtido das simulações computacionais, até então executadas em software XFLR5, programa desenvolvido por Drela, usado por grande parte das equipes de aerodesign e reconhecido por boa precisão na medição de coeficientes aerodinâmicos.

Tais simulações executadas por esse programa não permitem a captura de informações sob o fluido em proximidades do aerofólio, como também em alguns casos prediz estol em ângulos de ataque menores aos em relação ao obtido experimentalmente. Isso resulta na imprecisão das forças aerodinâmicas, podendo provocar falhas na tomada de decisões do projeto da aeronave.

Sendo assim, a questão a seguir deve ser respondida e justificada: pode um programa de CFD em conjunto com metodologia adequada, aprimorar o projeto aerodinâmico além do obtido através do uso do XFLR5?

### 1.3 JUSTIFICATIVA

O trabalho procura explorar as ferramentas de CFD como solução no aprimoramento de projetos e do melhor entendimento no estudo dos fluidos. Para fins acadêmicos, reevidar o estudo das mais diversas disciplinas ensinadas ao longo do curso e exigidas na prática de simulação computacional, ressaltando, também, a importância do domínio de tais ferramentas de simulação. Por fim, com este trabalho, dar suporte ao projeto MasBáh AeroDesign busca por melhores colocações na competição SAE de Aerodesign.

### 1.4 OBJETIVOS

Para promover avanços na área da dinâmica de fluidos computacional na instituição, o seguinte trabalho propõe solucionar um caso de escoamento sobre um perfil aerodinâmico, pelo uso da ferramenta de CFD, além de obter as informações de interesse, especificadas no objetivo geral e específicos.

#### 1.4.1 Objetivo Geral

Realizar simulação do tipo CFD para coleta dos coeficientes aerodinâmicos, bem como de gráficos e diagramas úteis no estudo de aerofólio Eppler 423.

#### 1.4.2 Objetivos Específicos

- Gerar a malha que represente com maior precisão os fenômenos a serem analisados, a qual será processada pelo computador para simulação do escoamento ao longo do perfil aerodinâmico;
- Escolher o modelo matemático cujas equações governantes sejam capazes de obter os coeficientes de sustentação e arrasto com a precisão requerida;
- Variar o ângulo de ataque nas condições de escoamento;
- Desenvolver relatório e observações sobre os resultados obtidos por meio de gráficos e de tabelas.

## **2 REVISÃO DA LITERATURA**

### **2.1 EVOLUÇÃO DE AERONAVES**

Para Anderson (2015) foram várias as evoluções ao longo do tempo para o desenvolvimento do voo motorizado e controlado, de um objeto mais pesado que o ar e com um piloto, sendo possível citar Leonardo da Vinci com o seu ornitóptero em 1486; Montgolfier com seu balão sobre a Paris em 1783; Sir George Cayley com seu projeto conceitual de asa fixa, cauda horizontal e vertical e fuselagem impresso em disco de prata em 1799; os primeiros saltos motorizados pelo francês Felix Du Temple (1874) e pelo russo Alexander F. Mozhaiski (1884); os primeiros planadores bem-sucedidos projetados por Otto Lilienthal em 1891; o primeiro voo sustentado, motorizado e não pilotado de aeromodelo feito por Samuel Pierpont Langley em 1896; o primeiro voo controlado, motorizado e pilotado feito por Orville e Wilbur Wright em 1903.

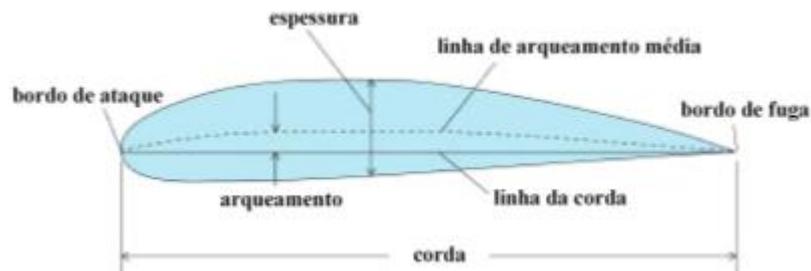
### **2.2 AERODINÂMICA**

Aerodinâmica, para a American Heritage Dictionary of the English é definida por “dinâmica dos gases, especialmente das interações atmosféricas com objetos em movimento”. Anderson (2015) também cita a importância da aerodinâmica como “a característica dominante que determina o formato externo de qualquer objeto”. Ou seja, é de fundamental importância desenvolver um projeto aerodinâmico para uma aeronave eficiente e otimizável.

### **2.3 AEROFÓLIO OU PERFIL AERODINÂMICO**

Para Rodrigues (2013), perfil aerodinâmico é uma superfície projetada com a finalidade de se obter uma reação aerodinâmica a partir do escoamento do fluido ao seu redor. Os termos aerofólio ou perfil aerodinâmico são empregados como nomenclatura dessa superfície. São apresentadas as características que um aerofólio possui na Figura 1.

Figura 1 - Características geométricas de um perfil aerodinâmico

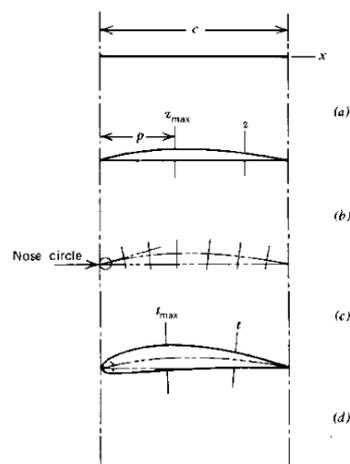


Fonte: Adaptado de Rodrigues (2013, p. 28)

### 2.3.1 Desenvolvimento de aerofólio

De acordo com McCormick (1995), houve um considerável esforço da parte experimental e analítica devotada ao desenvolvimento de aerofólios. Muito desse trabalho foi realizado por NACA (National Advisory Committee for Aeronautics), essa última que foi antecessora à NASA (National Aeronautics and Space Administration). O estudo por parte dessas e de outras organizações ocasionou o rápido desenvolvimento de pás de turbinas, hélices para helicópteros e aerofólios com maior eficiência aerodinâmica. É possível ver uma sequência de passos tomada para o design de um aerofólio na Figura 2.

Figura 2 - A construção de um contorno de um aerofólio

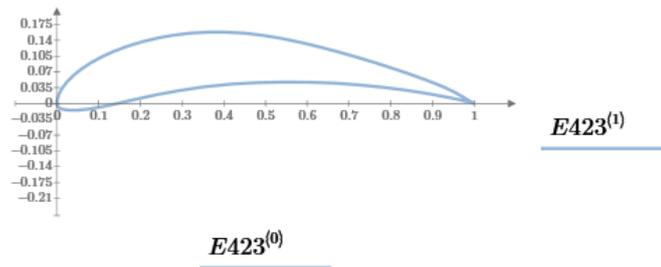


Fonte: adaptado de McCORMICK, 2ª Edição (1995 , pg 64).

Para o desenvolvimento de um VANT (Veículo Aéreo Não Tripulado), conta-se com o acervo digital de aerofólios, desenvolvidos e simulados pela universidade de

Illinois, que provê gratuitamente as principais informações de cada perfil aerodinâmico. A Figura 3 exibe o perfil Eppler 423, ou também chamado E423. O mesmo possui boa eficiência aerodinâmica para aplicações em um projeto de aerodesign.

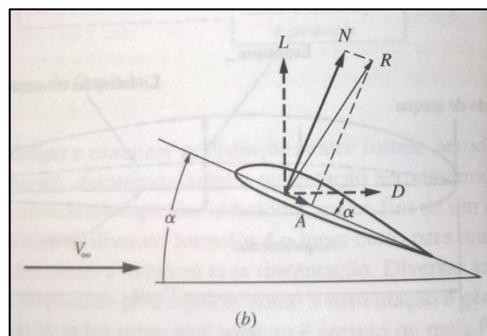
Figura 3 - Gráfico de coordenadas unitárias do perfil aerodinâmico E423



**Fonte:** adaptado do banco de dados de aerofólios da universidade de Illinois (2017)

De acordo com Anderson (2015), quando se tratando de aerofólios, as forças de sustentação  $L$  e arrasto  $D$ , decompostas de sua resultante  $R$ , são orientadas sempre no sentido perpendicular e paralelo ao vento relativo, respectivamente. Além disso, é também ressaltado a possibilidade de expressar na forma de força normal  $N$  e de força axial  $A$ , como demonstrado na figura 4.

Figura 4 - Representação de vetores  $L$ ,  $D$ ,  $N$  e  $A$



**Fonte:** Adaptado de Anderson (2015, 292)

Para um sistema que soluciona as forças aerodinâmicas em termos de  $N$  e de  $A$  podem ser expressas os vetores  $L$  e  $D$ , que por sua vez são mais comuns na aerodinâmica, usando as seguintes expressões de conversão, Equação 1 e Equação 2.

Onde o vetor sustentação é calculado por:

$$L = N \cos \alpha - A \sin \alpha \quad (\text{Equação 1})$$

e o vetor arrasto é calculado por:

$$D = N \sin \alpha + A \cos \alpha \quad (\text{Equação 2})$$

As expressões das equações 1 e 2 foram contribuições feitas pelos Irmãos Wright ao usarem da álgebra linear para converter os coeficientes das tabelas de Lilienthal em termos mais práticos que expressassem as forças de ascensão da asa e da resistência do ar.

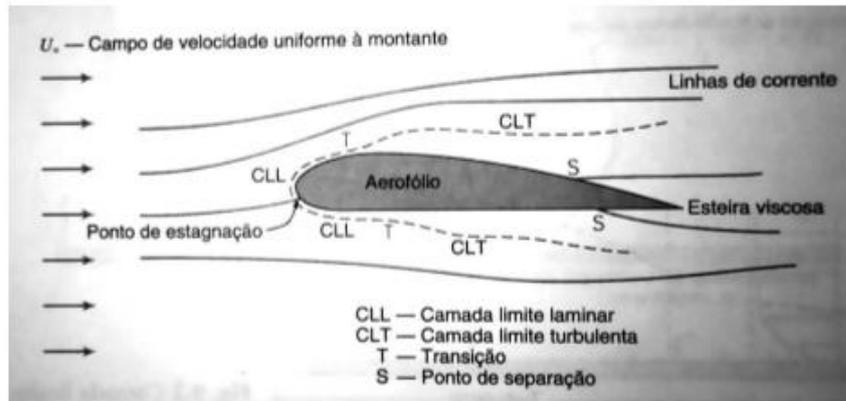
## 2.4 ESCOAMENTO EXTERNO VISCOSO INCOMPRESSÍVEL

Caracteriza-se por um escoamento no entorno de um corpo imerso em um fluido, onde o corpo age como uma “parede” ou interferência, e nesse o fluido exerce os esforços sobre os contornos da superfície.

Fox e McDonald (2001) apresentam um esboço detalhando os fenômenos de um escoamento externo do tipo viscoso e incompressível, dentre eles a camada de ar que é gerada ao redor do aerofólio. Na figura 5 é mostrado que o escoamento nesta camada é inicialmente laminar, tornando-se turbulento a uma determinada distância do ponto de estagnação, distância esta, influenciada pelas condições da corrente livre, pela rugosidade da superfície e pelo gradiente de pressão.

A dificuldade na determinação dos coeficientes e forças geradas no aerofólio, segundo Fox e McDonald (2001), são causadas pelo fenômeno da separação do fluido do corpo, que por sua vez faz necessária a posse de coeficientes experimentais e de simulações de fluidodinâmica para solução. Essa separação é também responsável por afetar o desempenho da aeronave, pois aumenta o arrasto na asa, desacelerando e, assim, fazendo necessário maior força de empuxo para manter velocidade de cruzeiro.

Figura 5 - Comportamento de escoamento sobre aerofólio



Fonte: adaptado de Fox e McDonald, 2001, pg 271.

#### 2.4.1 Arrasto em um escoamento externo

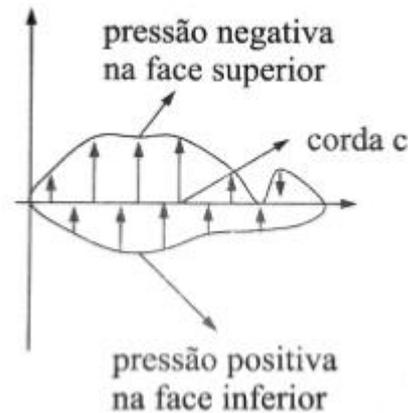
O arrasto é derivado, segundo Rodrigues (2013), de dois tipos: arrasto provocado pela diferença de pressão ao longo do corpo; e arrasto das tensões cisalhantes exercidas pela superfície do corpo. O mesmo também refere-se à essa quantidade como a mais importante dentre as aerodinâmicas, pois ela influencia diretamente em todas as etapas de um projeto e também no desempenho da aeronave.

#### 2.4.2 Sustentação em um escoamento externo

Como uma das formas mais fundamentais de se explicar a sustentação em um aerofólio, Brunetti (2008) cita a ocorrência, devido a diferença de velocidades entre intra-dorso e extra-dorso, de diferença de pressões ao longo da superfície, que geram uma componente perpendicular ao vento (podendo também ser a resultante de um movimento relativo), essa sendo a força de sustentação.

Uma representação (Figura 6) que pode ser demonstrada por meio do coeficiente de pressão ou da própria pressão é fornecida por Brunetti (2008).

Figura 6 - Distribuição de pressões ao longo da corda



**Fonte:** Brunetti (2008, 237)

## 2.5 DINÂMICA DOS FLUIDOS COMPUTACIONAL

Abreviada, no inglês, pela sigla CFD, a Dinâmica dos Fluidos Computacional teve surgimento em meados da década de 1950, sendo uma alternativa ao teste de túnel de vento, com suas limitações de custo que são muito elevadas. A sua importância reside na possibilidade de simular condições de escoamentos que nem sempre podem ser realizadas em laboratórios locais; e de reduzir o custo em operações de medição de eficiência aerodinâmica (túnel de vento).

De acordo com Anderson (2015) ainda não é uma forma definitiva de testar a aerodinâmica de um corpo, porém expande suas capacidades ao longo dos anos quanto à precisão dos resultados obtidos com os experimentais.

O funcionamento desse método, de acordo com Fortuna (2000), se dá pela solução numérica das equações de Navier-Stokes, com o uso de métodos computacionais para obtenção das distribuições de velocidades, pressões e temperaturas na região do escoamento.

### 2.5.1 Malha ou Grid

As malhas são a forma com a qual o computador é capaz de solucionar as equações aos limites do corpo. Elas projetam a geometria do mesmo no domínio o

qual contém o fluido e através de nós (pontos que interligam as arestas) permitem ao computador calcular as resultantes de cada elemento finito.

Figura 7 - Exemplo de malha para estudo de escoamentos em 2D



**Fonte:** Pointwise (2017)

### 3 METODOLOGIA

Como forma de obter a solução do escoamento de fluido no entorno do perfil aerodinâmico e, com isso, suas propriedades de arrasto e de sustentação, além da visão do fenômeno em si no campo de escoamento próximo ao mesmo, o trabalho requer domínio da base de mecânica dos fluidos como ciência, aliada a uma rotina de simulação disposta pelo software ANSYS Fluent, e logo, utiliza os fundamentos descritos a seguir como também da documentação do mesmo para execução correta dos procedimentos.

#### 3.1 MODELAMENTO MATEMÁTICO

Escoamentos em fluidos podem variar de laminar até escoamentos turbulentos, de acordo com FORTUNA (2000), e segundo ROMA (2006) a geometria do corpo imerso no escoamento e a velocidade relativa ao fluido escoando nele são fundamentais para definição do escoamento. De acordo também com ROMA (2006) existe um termo específico chamado reynolds crítico, o qual serve para identificar a faixa em que o escoamento deixa de ser laminar.

Através da Equação 3 é possível calcular o número de Reynolds, sendo que U representa a velocidade do fluido escoando;  $\rho$  representa densidade do fluido, sendo no estudo presente o ar; L a corda do perfil aerodinâmico, mas também pode ser chamado de comprimento característico e por fim a viscosidade dinâmica do ar, representada pelo símbolo  $\mu$ .

$$\text{Re} = \frac{U \cdot \rho \cdot L}{\mu} \quad (\text{Equação 3})$$

BRUNETTI (2008) faz a seguinte descrição sobre o mesmo: “o número de Reynolds é proporcional ao quociente das forças de inércia e viscosas do escoamento”. Sendo que, segundo WHITE (2000), pode ser definido como laminar quando o mesmo é inferior ou igual a  $5 \times 10^5$  e possuir comportamento semelhante ao de placas semi-infinitas.

Para comparação com a teoria fez cálculo do número de Reynolds utilizando-se valores de densidade  $\rho$  e de viscosidade dinâmica  $\mu$  do ar próximos aos obtidos em um teste de voo de aerodelismo para a cidade de Horizontina-RS; corda L, essa dimensionada com 1 m de comprimento além de uma velocidade de 12 m/s em relação ao vento, sendo que a mesma é comum nas aplicações de aerodelismo.

Pela execução da Equação 3 com os valores descritos foi obtido o valor de  $7,94 \times 10^5$ . Teoricamente, o escoamento encontrado caracteriza-se como não laminar, e devido a geometria de estudo ser um perfil hipersustentador (voltado para aerodelos cargueiros) pode apresentar transição laminar-turbulento ao longo do perfil, afetando as características aerodinâmicas pela ação da turbulência gerada no mesmo. Assim sendo, faz-se necessária, o uso de modelo envolvendo turbulência, como forma de capturar os fenômenos físicos o qual o perfil aerodinâmico está sujeito nessa faixa de operação. Tendo definido o regime de escoamento, Fortuna (2000) ressalta a necessidade da classificação do escoamento, como forma de garantir precisão no modelamento matemático para estudo numérico a ser desenvolvido, e seguindo o mesmo Autor, pode ser caracterizado o escoamento como estacionário, uma vez que as grandezas como velocidade e pressão não foram variadas em função do tempo; a característica de escoamento externo, devido ao aerofólio ser um corpo imerso; e incompressível, uma vez que a densidade não varia.

Para solução do escoamento do fluido faz-se uso das equações de Navier-Stokes, as quais segundo Roma (2006) são capazes de resolver qualquer tipo de escoamento sob uma ampla variedade de fluidos. Tais equações resolvem matematicamente três fenômenos físicos: conservação de energia (primeira lei da termodinâmica); conservação de massa e conservação de momento (segunda lei de Newton).

### 3.1.1 Conservação da massa

Sendo de extrema importância para a física, Fortuna (2000) e Fox e McDonald (2001) defendem o princípio da massa acumular ou sair de um sistema, quando pressuposto que não hajam locais para que a massa desapareça e que não hajam fontes de massa envolvidas. Fortuna (2000) simplifica descrevendo que a variação temporal da quantidade de massa no elemento é igual a descarga resultante através das fronteiras do elemento.

A equação da continuidade expressa para duas dimensões, x e y, é dada pela Equação 4:

$$\underbrace{\frac{\delta\rho}{\delta t}}_{\text{Variação Temporal da Densidade do Fluido}} + \underbrace{\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y}}_{\text{Taxa de variação da massa por unidade de volume}} = 0 \quad (\text{Equação 4})$$

Fortuna (2000) reescreve a Equação 4 com o uso de um escalar  $\nabla = \hat{x} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{y} \frac{\partial}{\partial y}$  denominado operador divergente e do vetor de velocidade  $V = (u\hat{x}, v\hat{y})$ , que quando empregados torna a mesma independente de um único sistema de coordenadas, Autor refere-se a esse emprego como notação vetorial. A mesma notação é apresentada na Equação 5 e a mesma torna possível fazer uso do sistema de coordenadas cilíndricas.

$$\frac{\delta\rho}{\delta t} + \nabla \cdot (\rho V) = 0 \quad (\text{Equação 5})$$

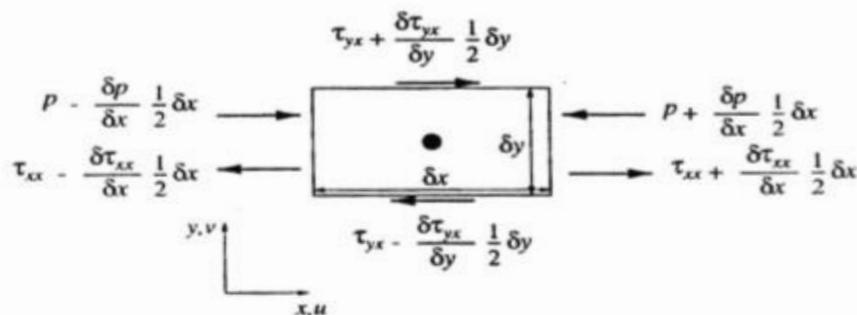
### 3.1.2 Conservação de momento

Segundo Roma (2006), as equações de Navier-Stokes, são válidas para qualquer escoamento e para diversos fluidos. Seu desenvolvimento baseando-se nos termos da mecânica dos fluidos consiste na aplicação da segunda lei de Newton a um elemento fluido, sendo neste considerados os esforços aplicados sobre um elemento de volume do sistema cartesiano de coordenadas.

Tais esforços são originados das forças de contato e das forças de ação da distância, ou seja, forças de pressão e os efeitos viscosos na primeira classe e forças em razão de campos externos na segunda classe. De acordo com Fortuna (2000), considerando a segunda lei de Newton, tem-se que a aceleração multiplicada pela massa do elemento de fluido é igual à força resultante que age sobre o elemento, podendo ser estas divididas em dois tipos: Forças de campo e forças de superfície.

As forças que agem na superfície, decorrem da pressão e das tensões viscosas normais e de cisalhamento que incidem naquele elemento. Estas forças aparecem como termos constitutivos das equações de momento.

Figura 8 - Ilustração de esforços em um elemento bidimensional



**Fonte:** Fortuna (2000, 240)

Fortuna (2000) descreve, pela Figura 8, as tensões sobre um elemento de fluido bidimensional, com arestas  $\delta x$  e  $\delta y$ , tendo seus valores expandidos em séries de Taylor a partir dos respectivos valores para os campos  $p$  (pressão) e  $\tau$  (cisalhamento).

Pela dedução algébrica e de acordo com a segunda lei de Newton e somada com as equação da continuidade (Equação 4), são obtidas as equações de momento,

conhecidas com Equações de Navier-Stokes, podendo ser separadas de acordo com direções u e v (Equações 6 e 7, respectivamente).

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u^2)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho uv)}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \partial F_x \quad (\text{Equação 6})$$

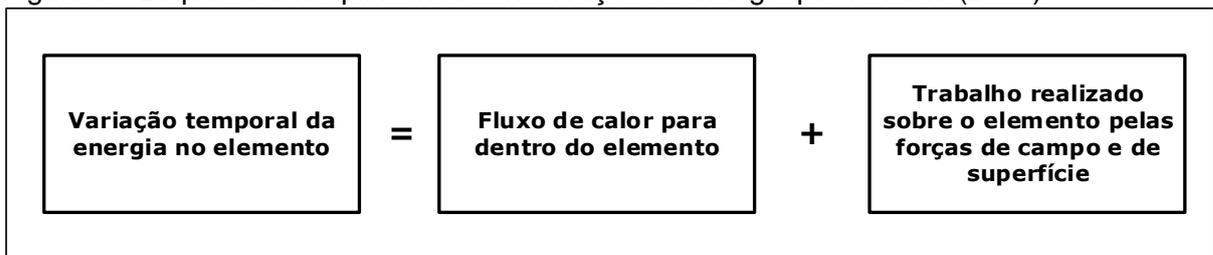
$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v^2)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho uv)}{\partial x} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \partial F_y \quad (\text{Equação 7})$$

Onde F consiste em um vetor que representa a força exercida no elemento fluido por unidade de massa, ou seja, trata-se de uma aceleração.

### 3.1.3 Conservação da energia

Fortuna (2000) esquematiza, Figura 9, da seguinte forma o princípio da conservação da energia, quando aplicada a um elemento de fluido.

Figura 9 - Esquema exemplificando conservação de energia por Fortuna (2000)



**Fonte:** adaptado de Fortuna, 2000.

A variação com o tempo da energia total, E, por unidade de volume de um elemento de fluido que se desloca com o fluido é dada pela Equação 8

$$\rho \frac{DE}{Dt} \quad (\text{Equação 8})$$

A mesma é composta por três componenetes, descritos por Fortuna (2000) da seguinte forma:

1. Energia cinética de translação do fluido devido ao seu movimento. Por unidade de massa, a mesma vale  $\frac{v^2}{2}$ , em que  $V = \sqrt{u^2 + v^2}$ , é a velocidade de translação do fluido e u e v são componentes vetoriais que a compõem;
2. Energia interna provida pela vibração natural das moléculas que o compõem. O aquecimento ou compressão por efeito de trabalho são causas da mudança de energia interna.
3. Energia potencial gravitacional, que por unidade de massa equivale a  $gh$ , em que g é a aceleração da gravidade como uma força de campo que realiza trabalho sobre o fluido, conforme o mesmo se desloca através do campo gravitacional.

Os três componentes podem reescrever a equação da energia de forma não-conservativa como na equação 9:

$$\rho \frac{DE}{Dt} = S + W \quad (\text{Equação 9})$$

Na qual  $E = e + \frac{v^2}{2}$  e o termo S contém os efeitos provenientes das fontes de calor na energia total do fluido. Esse último termo pode ser escrito como na Equação 10 e Equação 11.

$$S = \rho \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (\text{Equação 10})$$

$$S = \rho \frac{\partial Q}{\partial t} - \nabla \cdot \dot{q} \quad (\text{Equação 11})$$

Onde  $\dot{q} = -k\nabla T$  representa o fluxo de calor através das paredes do volume de controle, limitado pelo coeficiente de condutividade térmica do fluido  $k$ .

O trabalho,  $W$ , realizado sobre o fluido por forças externas, incluindo variação de energia potencial é dado pela Equação 12.

$$W = - \left[ \frac{\partial(up)}{\partial x} + \frac{\partial(vp)}{\partial y} + \frac{\partial(u\tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial(u\tau_{yx})}{\partial y} + \frac{\partial(v\tau_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial(v\tau_{yy})}{\partial y} \right] + \rho \mathbf{F} \cdot \mathbf{V} \quad (\text{Equação 12})$$

A parte superior, em colchetes, da equação 12 representa o trabalho devido às tensões viscosas e à pressão enquanto a inferior o trabalho devido às forças de campo.

Fortuna (2000) fornece na Equação 13 e Equação 14 o resultado da multiplicação das equações de momento nas direções x e y.

$$\partial \frac{D(u^2/2)}{Dt} = -u \frac{\partial p}{\partial x} + u \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + u \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \rho u F_x \quad (\text{Equação 13})$$

$$\partial \frac{D(v^2/2)}{Dt} = -v \frac{\partial p}{\partial y} + v \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + v \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \rho v F_y \quad (\text{Equação 14})$$

O somatório das duas equações anteriores fornece uma equação de conservação da energia cinética de um elemento de fluido. Conforme Equação 15:

$$\rho \frac{D \left[ \frac{1}{2} (u^2 + v^2) \right]}{Dt} = -\mathbf{V} \cdot \nabla p + u \left( \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \right) + v \left( \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} \right) + \rho (u F_x + v F_y) \quad (\text{Equação 15})$$

Onde:

$$\mathbf{V} \cdot \nabla p = \left( u \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial p}{\partial y} \right)$$

Subtraindo a Equação 15 da Equação 9, Fortuna (2000) fornece também a equação da energia escrita para energia interna (e), mostrada na Equação 16.

$$\rho \frac{De}{Dt} = \rho \frac{\partial Q}{\partial t} - \nabla \cdot \dot{q} - p(\nabla \cdot \mathbf{V}) + \tau_{xx} \frac{\partial u}{\partial x} + \tau_{yx} \frac{\partial u}{\partial y} + \tau_{xy} \frac{\partial v}{\partial x} + \tau_{yy} \frac{\partial v}{\partial y} \quad (\text{Equação 16})$$

Para se obter a equação a forma conservativa da Equação 16, soma-se ao lado esquerdo a equação da continuidade # multiplicada pela energia interna e, dando origem a Equação 17.

$$\rho \frac{De}{Dt} + e \underbrace{\left[ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} \right]}_{=0} = \frac{\partial(\rho e)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho e u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho e v)}{\partial y} = \frac{\partial(\rho e)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho e V)$$

(Equação 17)

Em sua forma final, Fortuna (2000) dispõe a equação da conservação de energia (Equação 18) alertando sobre a possibilidade de ser escrita de diversas formas, além de sugerir as deduções, também detalhadas, de Anderson (1995) e Versteeg e Malalasekera (1995).

$$\frac{\partial(\rho e)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho e V) = \rho \frac{\partial Q}{\partial t} - \nabla \cdot \dot{q} - p(\nabla \cdot V) + \tau_{xx} \frac{\partial u}{\partial x} + \tau_{yx} \frac{\partial u}{\partial y} + \tau_{xy} \frac{\partial v}{\partial x} + \tau_{yy} \frac{\partial v}{\partial y}$$

(Equação 18)

### 3.1.3.1 Modelo de Turbulência e RANS

O uso de modelos de turbulência em conjunto com RANS ANSYS (2017) é feito para reduzir o gasto de tempo em simulação. Para isso a solução das variáveis modeladas pelas equações de Navier-Stokes, em sua forma exata ou instantânea, são decompostas em componentes médias e flutuantes. Como no caso de velocidades (Equação 19), ou de pressão (Equação 20) e outras escalares.

$$u_i = \bar{u}_i + u_i' \quad (19) \quad \varphi = \bar{\varphi} + \varphi' \quad (20) \quad \text{(Equações 19 e 20)}$$

O Ansys então, em seu módulo de CFD Fluent faz a substituição dos termos originais pelos expressos nas Equações 19 e 20, onde as equações da continuidade e de momento, na forma como estão dispostas em seu manual, são simplificadas.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i) = 0$$

(Equação 21)

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_l}{\partial x_l} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( -\rho \overline{u'_i u'_j} \right) \quad (\text{Equação 22})$$

O Ansys permite fazer o uso desses modelos matemáticos como forma de agilizar as simulações e torná-las possíveis na aplicação industrial de desenvolvimento de equipamentos, do contrário sendo resolvidas com as equações originais seriam onerosas e assim deixando o método de CFD inviável. Sendo assim, ANSYS (2017) reúne em seu guia de usuário variações de modelos de turbulência.

### 3.1.4 Modelo de Turbulência $\gamma$ -Re $\theta$

Desenvolvido e aprimorado por Menter e Langtry (2004), é um modelo matemático que faz o emprego de constantes calibradas experimentalmente, o mesmo tem sido validado em diversos estudos de caso, listados em ANEXO 1 e disponível em documentação do ANSYS WORKBENCH em sua versão 2017, afim de tornar possível o emprego do mesmo em aplicações industriais envolvendo fenômenos de escoamento do tipo transição laminar-turbulento.

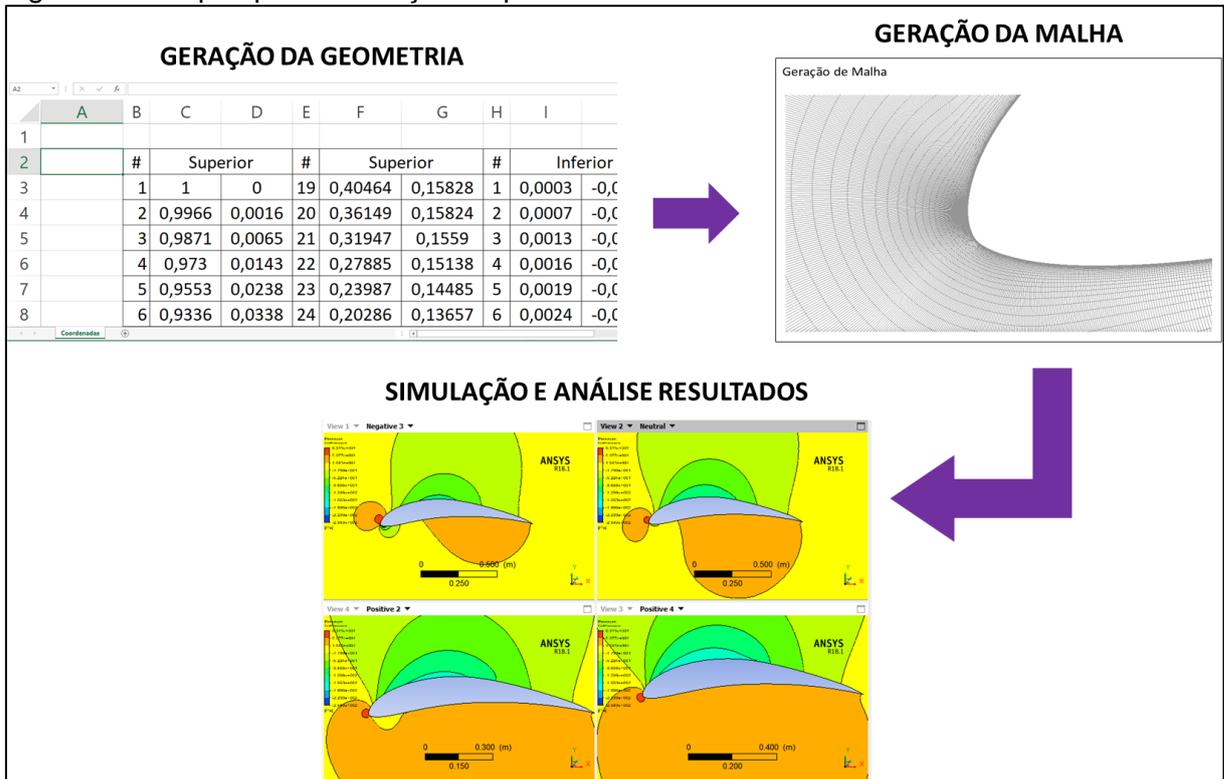
Por meio do guia de usuário, ANSYS(2017) dispõe as equações do modelo de Menter e Langtry que são habilitados para simulação por meio da interface gráfica do programa. Como o estudo de caso presente possui a limitação de tempo e de recursos computacionais, a distinção dentre os modelos e calibração dos mesmos não será possível. Sendo assim as configurações padrões foram consideradas para as simulações e um comparativo entre os coeficientes de arrasto, sustentação e gráficos de distribuição do coeficiente pressão foi feito entre os resultados obtidos com o modelo CFD e aqueles obtidos com o uso do XFLR5.

## 3.2 ETAPAS DE SIMULAÇÃO

Para esse estudo de caso, foram focadas três etapas fundamentais, ilustradas na Figura 10. A primeira delas, geração da geometria, serve para delimitar as dimensões do corpo do aerofólio imerso no fluido e a mesma é feita por meio de um programa de planilha eletrônica e das coordenadas do perfil aerodinâmico; a segunda trata-se da malha, essa é responsável por discretizar, ou seja, dividir o domínio na

forma de múltiplos volumes de controles aos quais serão resolvidas as equações pela máquina; e por fim simulação e análise de resultados, a qual é configurada a máquina com o modelo de turbulência e as propriedades do fluido e depois de feita a simulação são analisados os resultados.

Figura 10 - Etapas para simulação de perfil aerodinâmico



Fonte: Autor (2017)

Essas três etapas são fundamentais na configuração de qualquer simulação de escoamento, seja essa em qualquer programa de CFD. Sendo assim, para que se mantenha com clareza os procedimentos adotados por esse trabalho na realização das simulações, essas etapas serão descritas como parte dos resultados.

## 4 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

### 4.1 CONSTRUÇÃO DE MODELO CAD

Como primeira etapa da simulação foi gerada a geometria do aerofólio. As coordenadas do perfil aerodinâmico Eppler 423 foram obtidas através do banco de dados Illinois (2017), sendo apresentadas no Quadro 1. Foi feito o uso do software Microsoft Excel para ajustar o desenho de perfil nas dimensões desejadas, prosseguindo com a próxima etapa: geração da malha.

Quadro 1 - Coordenadas fornecidas para perfil aerodinâmico Eppler 423

#	Superior		#	Superior		#	Inferior		#	Inferior	
1	1	0	19	0,40464	0,15828	1	0,00033	-0,00192	20	0,23688	0,01913
2	0,99655	0,00159	20	0,36149	0,15824	2	0,00071	-0,00362	21	0,29196	0,02865
3	0,98706	0,0065	21	0,31947	0,1559	3	0,00125	-0,00518	22	0,35163	0,03687
4	0,97304	0,01434	22	0,27885	0,15138	4	0,00157	-0,0059	23	0,41449	0,04283
5	0,9553	0,02381	23	0,23987	0,14485	5	0,00194	-0,00656	24	0,47867	0,04626
6	0,93358	0,03376	24	0,20286	0,13657	6	0,00237	-0,00717	25	0,54275	0,0476
7	0,90734	0,044	25	0,16816	0,12676	7	0,00288	-0,00771	26	0,60579	0,04715
8	0,87671	0,05481	26	0,13611	0,11562	8	0,00348	-0,00823	27	0,6669	0,04501
9	0,84221	0,0662	27	0,107	0,10337	9	0,00415	-0,00874	28	0,72503	0,04126
10	0,80436	0,07803	28	0,08106	0,09023	10	0,00571	-0,00969	29	0,77912	0,03625
11	0,76373	0,0901	29	0,05852	0,07646	11	0,00751	-0,01057	30	0,82836	0,0305
12	0,7209	0,10215	30	0,03953	0,06232	12	0,01065	-0,01177	31	0,87219	0,02444
13	0,67644	0,11391	31	0,02421	0,04812	13	0,01365	-0,01266	32	0,91012	0,01844
14	0,63092	0,12506	32	0,01262	0,03419	14	0,02892	-0,01485	33	0,94179	0,01286
15	0,58491	0,13524	33	0,00481	0,02093	15	0,04947	-0,01482	34	0,96692	0,00794
16	0,53893	0,1441	34	0,00071	0,00879	16	0,07533	-0,01236	35	0,98519	0,0039
17	0,49347	0,15116	35	0,00002	0,00088	17	0,1067	-0,0074	36	0,99629	0,00106
18	0,4487	0,15593	36			18	0,14385	-0,00002	37	1	0
						19	0,18727	0,00922			

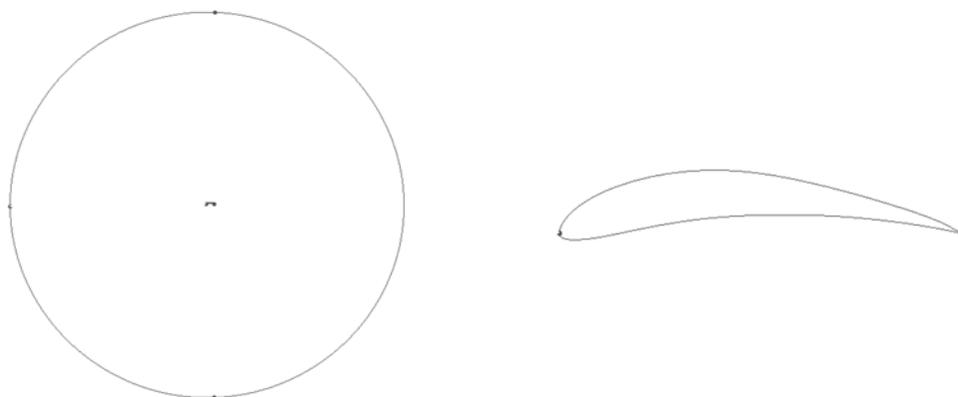
Fonte: adaptado de Illinois (2017)

## 4.2 GERAÇÃO DA MALHA

A malha utilizada no estudo de caso foi gerada no programa Pointwise, sendo esse um software com foco na geração e manipulação de geometrias CAD com o fim de discretizá-las na forma de elementos finitos, o mesmo programa permite examinar a qualidade e parâmetros importantes de cada caso.

A topologia selecionada foi do tipo O-Grid, exibida na Figura 11. Seu diâmetro possui o valor correspondente a 25 vezes o valor da corda, totalizando 25 metros de extensão, permitindo observação da esteira viscosa gerada ao final do perfil, no bordo de fuga. O extradorso (curva superior) e intradorso (curva inferior) foram divididos em 800 partes cada, garantindo bom detalhamento ao longo da curva de perfil, sem perda de suas características geométricas. Ao lado esquerdo é possível visualizar a extensão do domínio e ao lado direito a silhueta do perfil aerodinâmico que se encontra no centro do mesmo.

Figura 11 - Extensão de domínio



**Fonte:** Autor (2017)

A malha estrutural gerada possui tratamento de camada limite para poder detectar a transição do escoamento laminar-turbulento. Essa camada limite se encontra nas paredes do perfil. Para uma melhor estimativa de altura mínima de camada, foi considerada a teoria da camada limite para placas planas por White (2000). Por meio dessa técnica se determina a camada limite primeiramente delimitando o número de Reynolds, anteriormente já mencionado e calculado de acordo com a Equação 3 e de valor aproximado de  $7,94 \times 10^5$ . Então o coeficiente de fricção para placas planas é estimado de acordo com Equação 23.

$$C_f = \frac{0,026}{Re^{\frac{1}{7}}} = 0,0037335$$

(Equação 23)

Através do coeficiente de fricção para placas planas é possível se deduzir a tensão cisalhante  $\tau$  na parede do perfil (considerada semelhante à placa plana nesse caso). As equações 24 e 25 determinam a pressão dinâmica e a tensão cisalhante, respectivamente.

$$q_\infty = \frac{1}{2} \rho U_\infty^2 = \frac{1}{2} \cdot 1,18 \frac{kg}{m^3} \cdot \left(12 \frac{m}{s}\right)^2 = 84,96 Pa$$

(Equação 24)

$$\tau = C_f \cdot q_\infty = 0.317 Pa$$

(Equação 25)

O valor da velocidade de fricção é calculado pela Equação 26 e então é utilizado no dimensionamento da altura da primeira camada da malha no contorno do perfil.

$$U_{fric} = \sqrt{\frac{\tau}{\rho}} = 0.518 \frac{m}{s}$$

(Equação 26)

É possível então, calcular a altura  $\Delta s$  com a Equação 27, sendo que  $y^+$  é o valor estipulado de acordo com o modelo matemático empregado e o tratamento de camada limite desejado, nesse caso definido por ANSYS (2017) para modelo de turbulência  $\gamma Re\theta$  menor que 1;  $\mu$  sendo a viscosidade dinâmica ou absoluta antes já utilizada; da densidade  $\rho$  e a velocidade de fricção anteriormente calculada na Equação 26.

$$\Delta s = \frac{y^+ \mu}{U_{fric} \cdot \rho} = 2,914 \times 10^{-5}$$

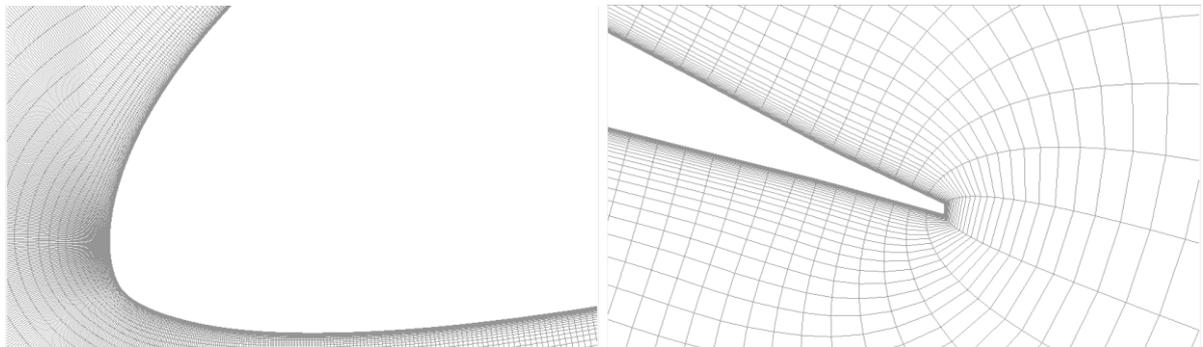
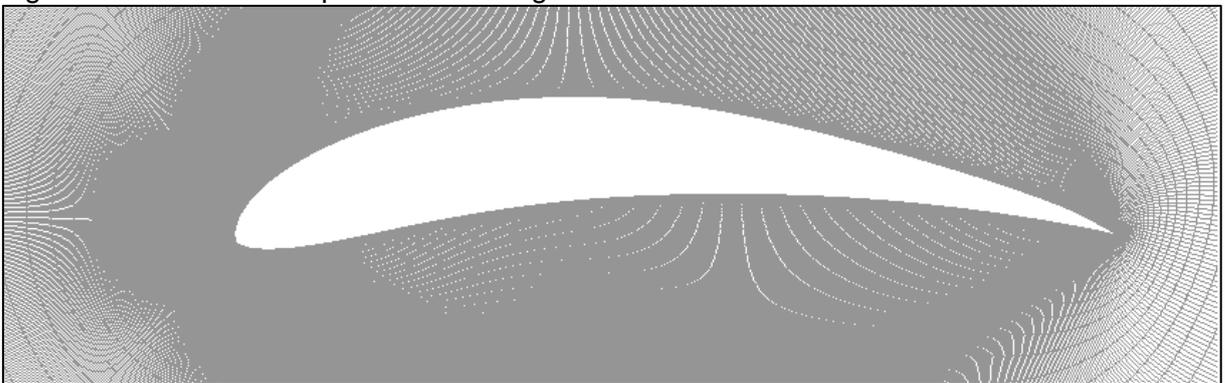
(Equação 27)

Definida a altura da primeira camada e sendo uma malha do tipo estrutural, foi definida a razão de crescimento, segundo Mavriplis et al. (2009) essa deve ser inferior a 1,25 para garantir qualidade na captura do comportamento na região da camada limite. Sendo assim, foi escolhido o valor de 1,2 que garante um bom detalhamento na região crítica da simulação.

A partir dos dados principais sobre limites mínimos e máximos do domínio foi gerada a malha, fazendo-se o uso da função de extrusão presente no Pointwise configurada com o método padrão de progressão geométrica. Sendo o limite estipulado máximo do domínio como 25 vezes a corda do perfil também foi marcada a opção de condição de parada inserindo o mesmo valor.

Gerada a malha, Figura 12, foi possível inspecionar os elementos criados, constatando bom desempenho da função utilizada uma vez que não apresentou nenhum elemento próximo ao perfil que estivesse distorcido e as curvas do mesmo ainda permaneceram suaves após a criação da malha.

Figura 12 - Contorno de perfil em malha gerada



**Fonte:** Autor (2017)

Ainda na Figura 12 é possível visualizar o efeito da razão de crescimento, que rapidamente aumenta gradativamente a altura das células camada por camada. Usando das ferramentas disponíveis no programa é possível a contagem de elementos gerados, caso tenham diferentes topologias (triangular/poligonal) é possível também quantificá-los separadamente.

Selecionou-se então a malha recém gerada e foi feito o uso da ferramenta *Cell Count*, nativa do programa, gerando a informação de um total de 126.282 pontos/vértices e um total de 124.586 células/faces compo o domínio.

#### 4.3 ANÁLISE DAS SIMULAÇÕES DE ESCOAMENTOS

Na Tabela 1 estão dispostos os ângulos de ataque aos quais as simulações conseguiram desenvolver para esse trabalho, separados em dois grupos para efeito de comparação visual no ambiente CFD-Post, módulo do ANSYS WORKBENCH responsável pelo pós processamento de informação gerada em simulação CFD:

Tabela 1 - Ângulos simulados

	Ângulos simulados			
1	-3	0	2	4
2	6	8	10	12

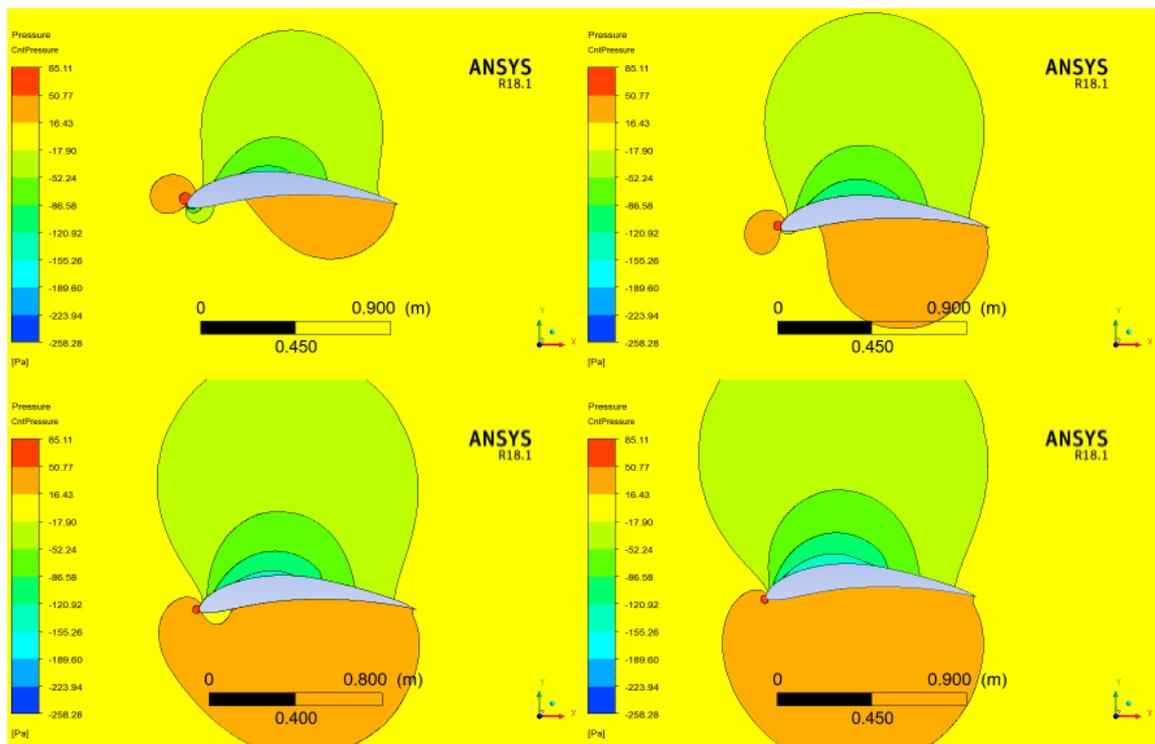
**Fonte:** Autor (2017)

Os mesmos foram divididos em dois grupos devido a possibilidade de serem analisados em gráficos quatro ângulos simultaneamente, organizando melhor para a análise visual dos fenômenos.

### 4.3.1 Contornos de Pressão (Grupo de ângulos nº 1)

O primeiro comparativo foi feito entre os campos de pressão que são gerados pelo uso do Eppler 423 como perfil aerodinâmico, estes ilustrados pela Figura 13. Ordenando de forma crescente os ângulos de ataque, temos da esquerda para a direita  $-3^\circ$  e  $0^\circ$  e abaixo  $2^\circ$  e  $4^\circ$ .

Figura 13 - Contorno de pressão grupo 1



Fonte: Autor (2017)

Primeiro ponto identificado foi os limites detectados na legenda, com seu máximo e mínimo respectivamente 85,11 e -259,29 Pa. Um fenômeno importante a se destacar foi a abrangência dos campos de pressão, mesmo que sutis nos tons em verde pode-se dar nota de que o perfil consegue alterar pressão nas proximidades mesmo quando em ângulo negativo. Além disso constata-se redução da pressão que possui alcance maior, essa na parte do extradorso, conseguindo alterar a uma distância equivalente a 1 corda do perfil.

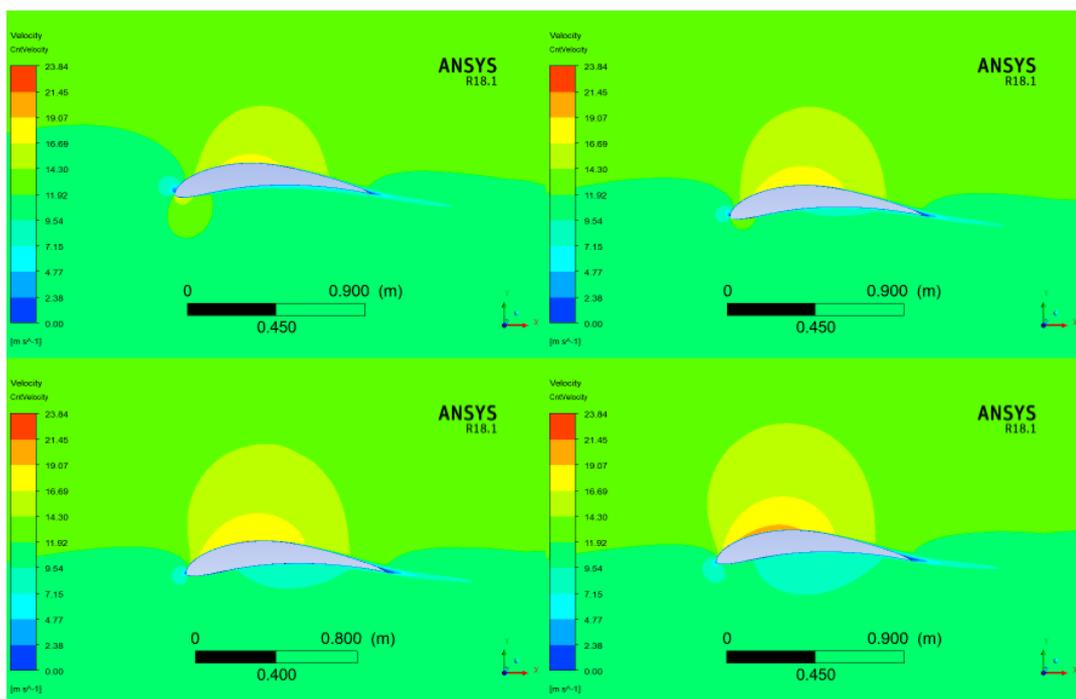
Para o caso do ângulo de  $2^\circ$  (quadro inferior esquerdo) nota-se a presença de uma bolha, apresentando contorno de pressão semelhante ao da atmosfera, que ao variar até o  $4^\circ$  é desfeito e a faixa de pressão entre 50,77 e 85,11 Pa se torna

homogênea na parte inferior do perfil. Por fim, pelos contornos de pressão é possível identificar uma parcela maior do arrasto, proveniente da pressão, quando se visualiza a região de estagnação (bordo de ataque) do caso de ângulo  $3^\circ$  negativo.

#### 4.3.2 Contornos de Velocidade (Grupo de ângulos nº 1)

Após visualização e descrição dos gráficos de pressão do primeiro grupo de ângulos, são comparados os contornos de velocidade, com a Figura 14, buscando uma relação inversa do comportamento com a velocidade, ou seja, onde houver maior pressão, menor velocidade e vice-versa.

Figura 14 - Contornos de Velocidade (Grupo de ângulos nº 1)



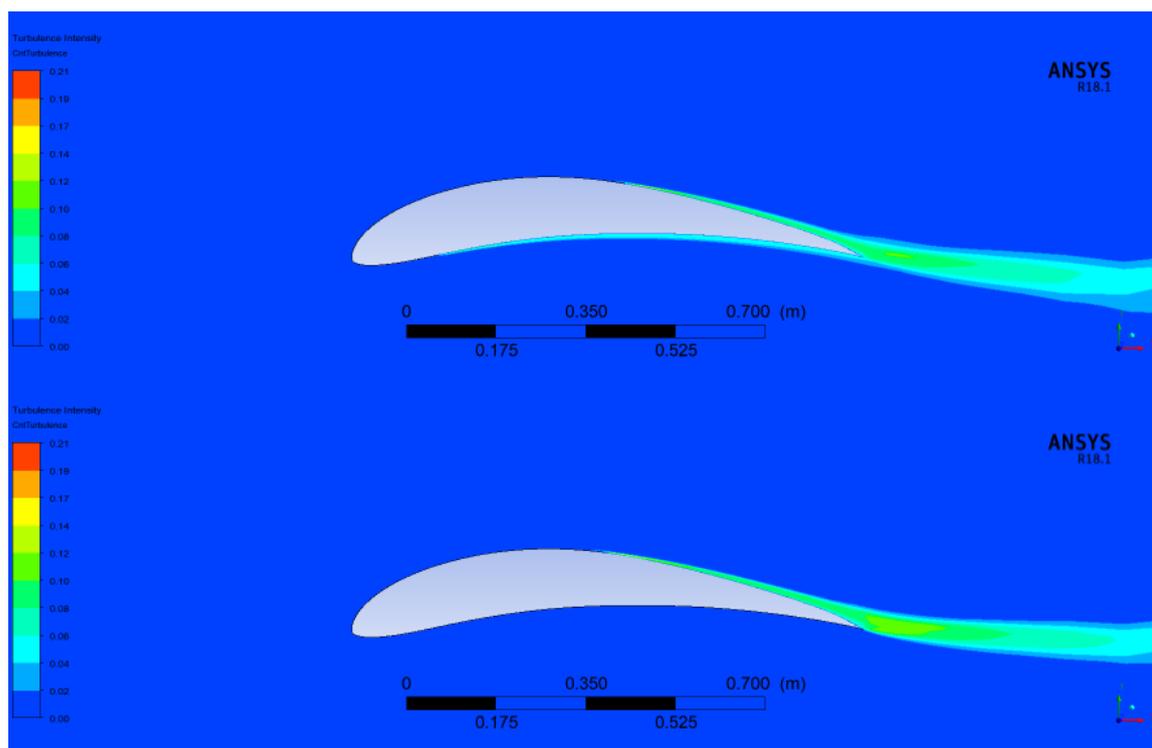
Fonte: Autor (2017)

A relação entre os contornos de pressão é bem direta e demonstra o comportamento já esperado, tendo também a possibilidade de se constatar de que apesar do contorno para o ângulo de  $4^\circ$  ser homogêneo, o mesmo não se pode dizer do contorno de velocidade, que apresenta mais de um nível na região de intradorso.

### 4.3.3 Contorno de Turbulência (Grupo de ângulos nº 1)

Tomando a oportunidade de poder analisar graficamente o fenômeno da turbulência, decidiu-se comparar ao menos dois ângulos, estes 2° (vista superior) e 6°, como demonstra a Figura 15.

Figura 15 - Contorno de turbulência (Grupo nº 1)



**Fonte:** Autor (2017)

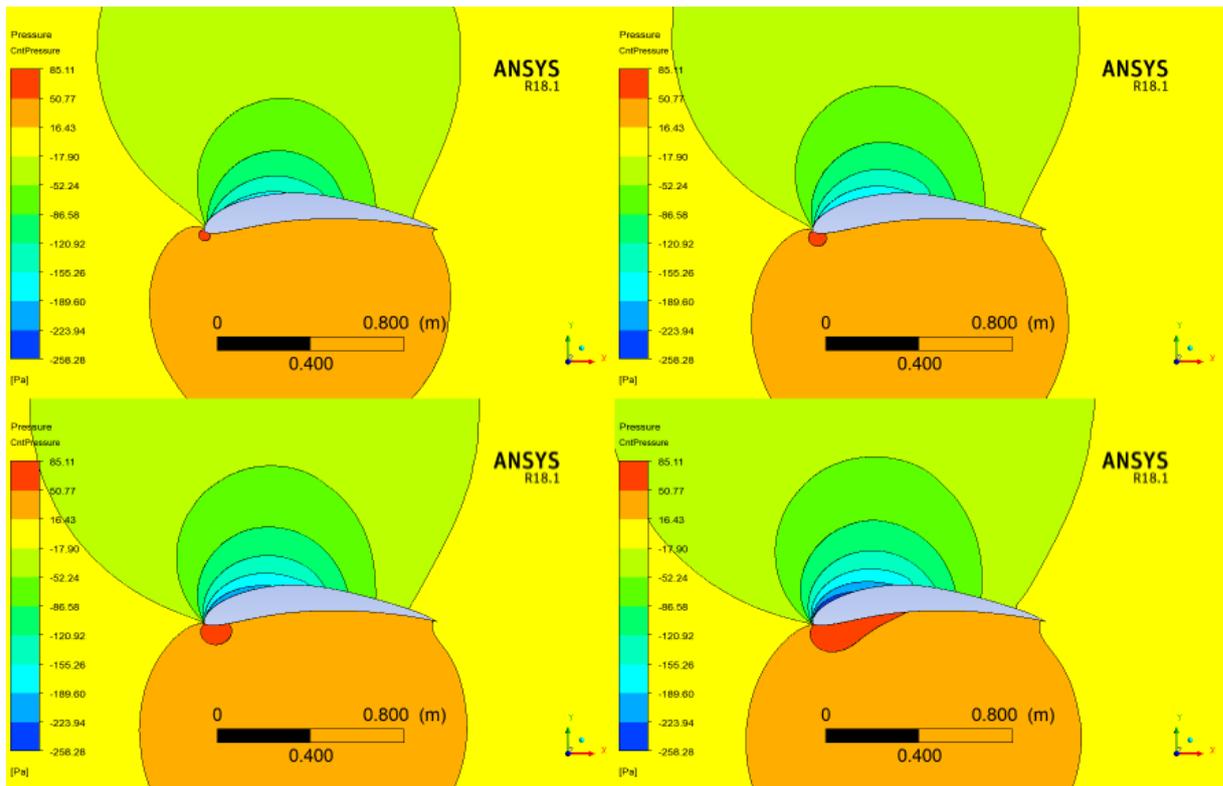
Através desse gráfico pode-se perceber que por mais intensa seja a turbulência com ângulo de ataque de 6° ainda assim não afeta uma área tão grande quanto é afetada pelo ângulo de 2°, que inclusive apresenta intensidades consideráveis em seu intradorso, a aproximadamente  $\frac{1}{4}$  da corda.

### 4.3.4 Contornos de Pressão (Grupo de ângulos nº 2)

O mesmo processo de análise é feito para o segundo grupo, mostrado na Figura 16, com os gráficos de contorno ordenados da mesma forma como os anteriores. Nos ângulos de 6°, 8° 10° e 12° manteve-se a faixa de pressão de 16,43 até 50,77 Pa ao longo do intradorso.

O aumento de pressão na região próxima ao bordo de ataque na parte inferior do perfil se estendeu conforme variou o ângulo, alcançando a metade da corda do perfil no ângulo de 12°.

Figura 16 - Contornos de Pressão (Grupo de ângulos nº 2)



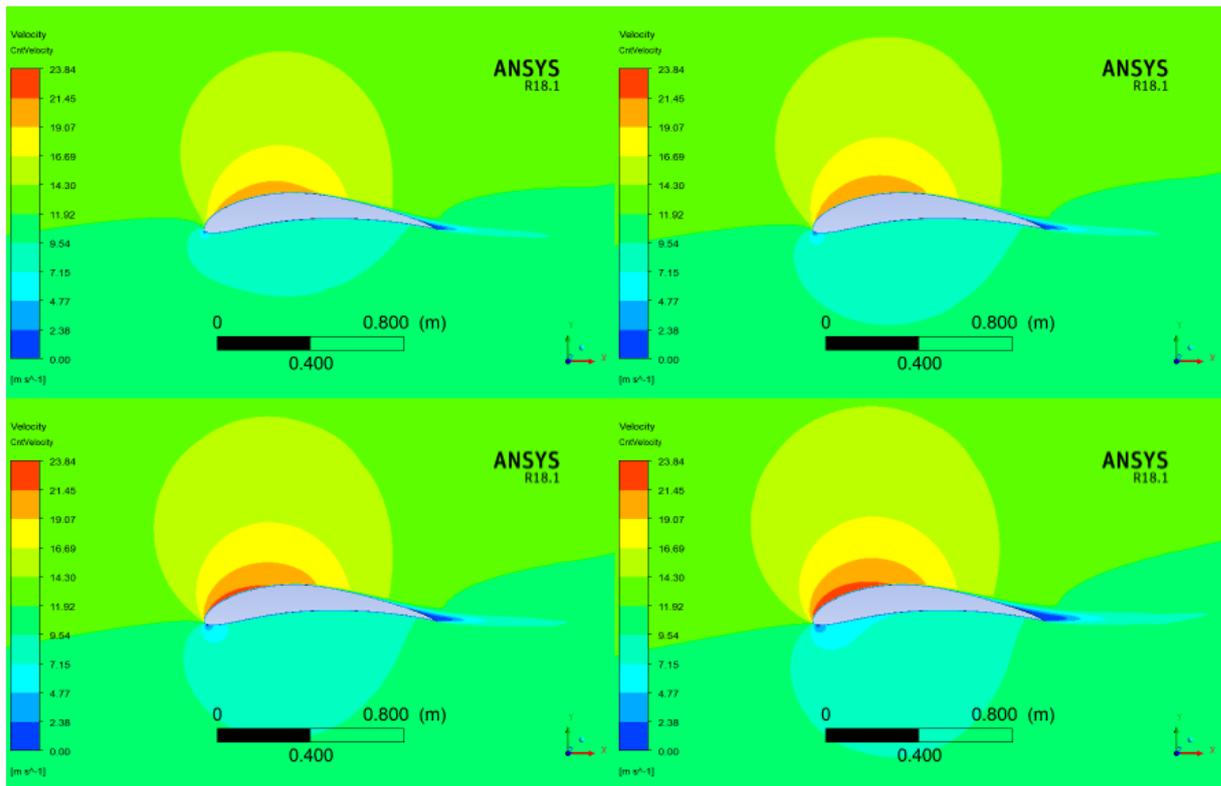
Fonte: Autor (2017)

O gradiente de pressão na parte superior do perfil é mais rico e apresenta maior distribuição de níveis sob o domínio, e com o aumento do alcance desses campos de pressão pode-se concluir que o perfil aerodinâmico influencia ainda mais o domínio ao redor.

#### 4.3.5 Contornos de Velocidade (Grupo de ângulos nº 2)

O processo para a Figura 17 é semelhante ao da Figura 14, porém já é possível visualizar a redução de velocidade no domínio se propagando ao longo do intradorso inteiro, fenômeno não detectado nas simulações de ângulos abaixo dessa faixa.

Figura 17 - Contornos de Velocidade (Grupo de ângulos nº 2)



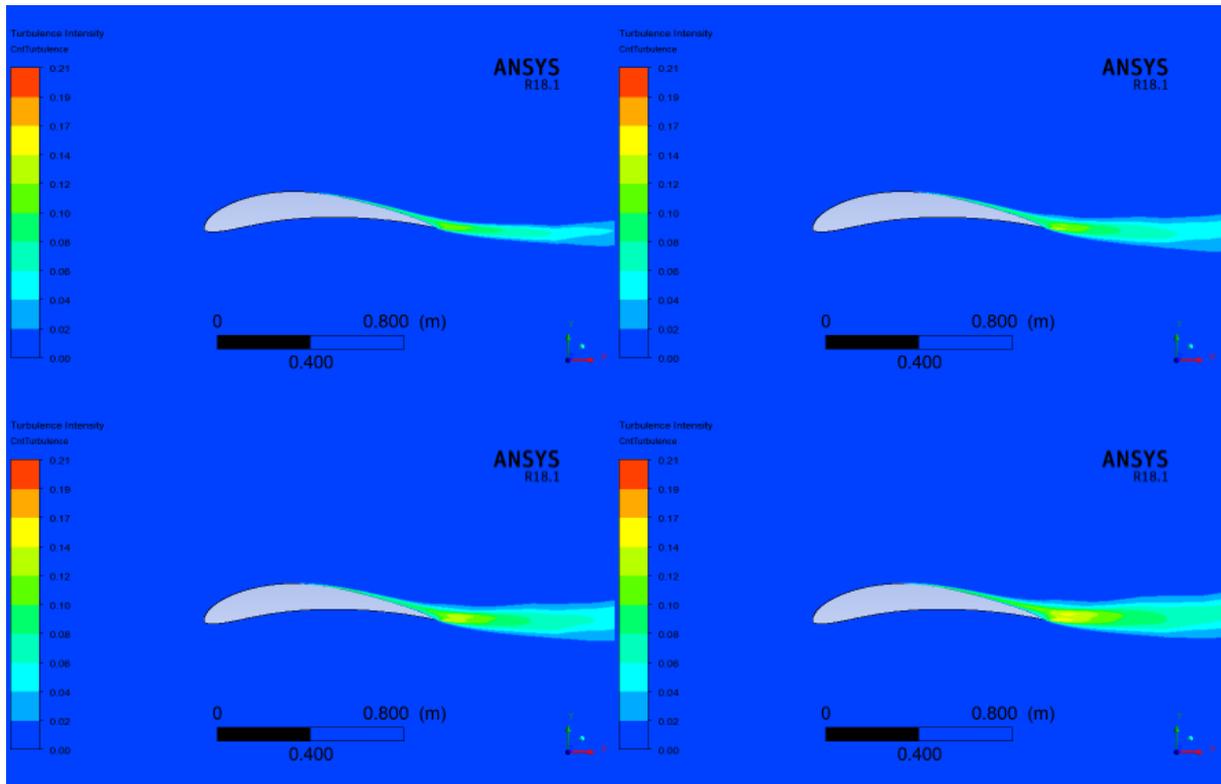
**Fonte:** Autor (2017)

A camada superior do perfil aerodinâmico já exibe região no bordo de fuga onde o descolamento do fluido é mais intenso, em simulações futuras, ângulos mais acentuados podem indicar proximidade do ângulo de estol, onde situa-se o coeficiente de sustentação máximo.

#### 4.3.6 Contorno de Turbulência (Grupo de ângulos nº 2)

Provavelmente uma das mais bruscas mudanças dentre os ângulos foi a intensidade da turbulência, no segundo grupo, ilustrado pela Figura 18, mesmo não havendo região no extradorso desenvolvendo uma intensidade considerável, a área afetada após bordo de fuga como também a sua intensidade são muito maiores que as vistas nos ângulos anteriores.

Figura 18 - Contornos de Turbulência (Grupo de ângulos nº 2)



Fonte: Autor (2017)

A faixa em amarelo na legenda, que compreende 14 e 17% já é claramente perceptível, onde até então nas simulações do grupo nº 1 sequer dava para ser visualizada, caso estivesse presente.

#### 4.3.7 Gráficos de $C_p$ x Comprimento

O gráfico de  $C_p$  ou Distribuição de Coeficiente de Pressão representa a pressão estática ao longo do aerofólio, ele é adimensional pois é dividido pela Pressão dinâmica. Sendo assim representa a razão entre Pressões estática e dinâmica.

Estes podem ser comparados com os gerados pelo XFLR5. A intenção é conseguir visualizar a semelhança das quantidades de sustentação e de arrasto de pressão que ambos os programas podem vir ou não a apresentar nesse estudo de caso.

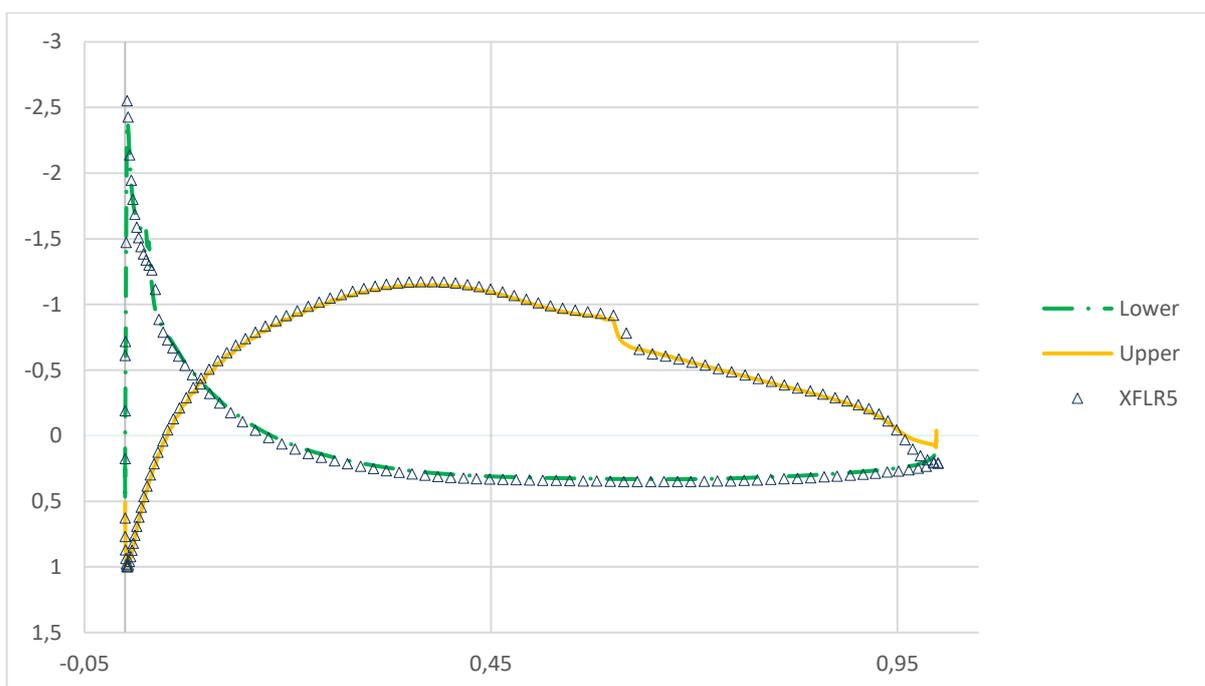
Sendo assim, foram simulados os mesmos ângulos de ataque no XFLR5 e extraídos os gráficos da distribuição de  $C_p$  e comparados com os obtidos pelo CFD utilizado.

Uma das últimas etapas do trabalho foi comparar os coeficientes distribuídos sob a superfície, afim de tornar visível a precisão no uso de uma ferramenta CFD se comparada a um programa específico da área de aerodinâmica, voltado para baixos número de Reynolds, como é o caso do XFLR5. As Figuras 19 até 26 ilustram em ordem crescente do ângulo de ataque o comportamento do  $C_p$  além do comparativo em paralelo a uma simulação equivalente no XFLR5. Faz-se uso de duas nomenclaturas específicas aqui para diferenciar as superfícies superior e inferior, sendo respectivamente *Upper* e *Lower*.

#### 4.3.7.1 Notas para gráfico de $C_p$ em ângulo $-3^\circ$

Foi possível identificar divergência considerável apenas no final do bordo de fuga, em região onde ocorre o descolamento do fluido do restante do aerofólio (Figura 19).

Figura 19 - Gráfico  $C_p$  x Corda  $-3^\circ$

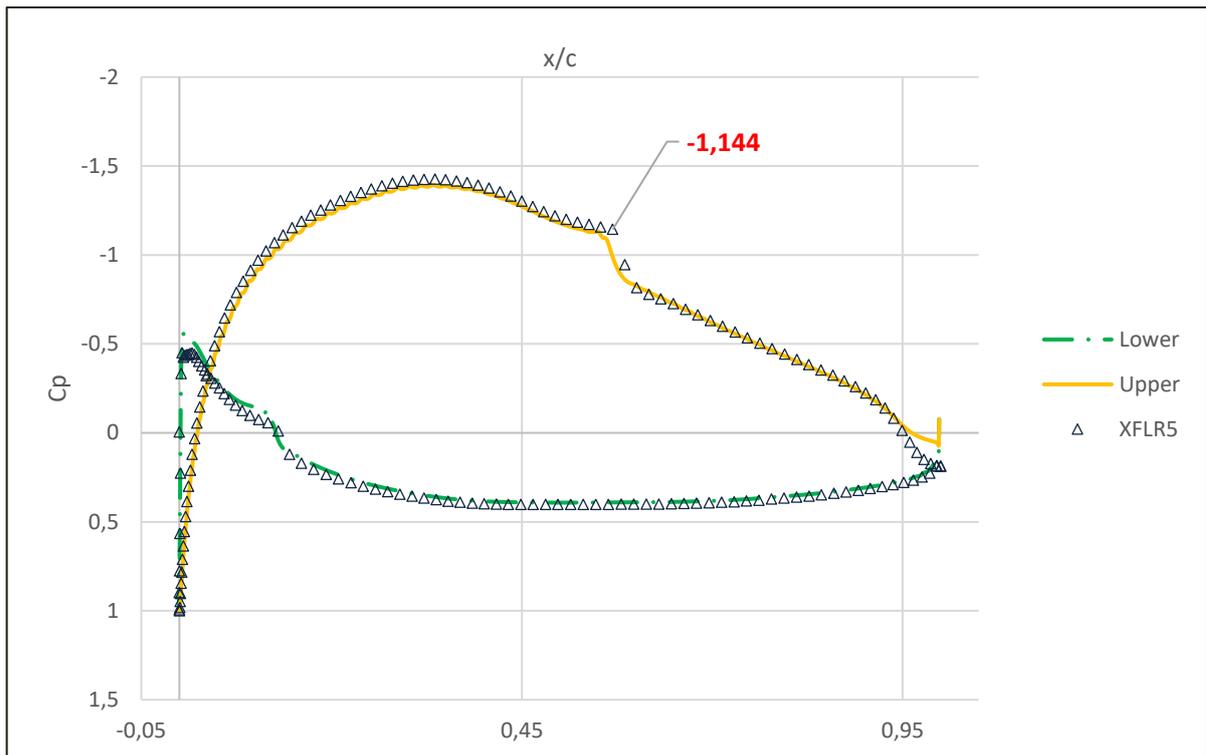


Fonte: Autor (2017)

#### 4.3.7.2 Notas para gráfico de Cp em ângulo 0°

Simulação CFD resolveu ponto destacado em gráfico ligeiramente mais intenso e apresentou mesmo fenômeno ao final do bordo de fuga em relação à simulação anterior (Figura 20).

Figura 20 - Gráfico Cp x Corda 0 deg



Fonte: Autor (2017)

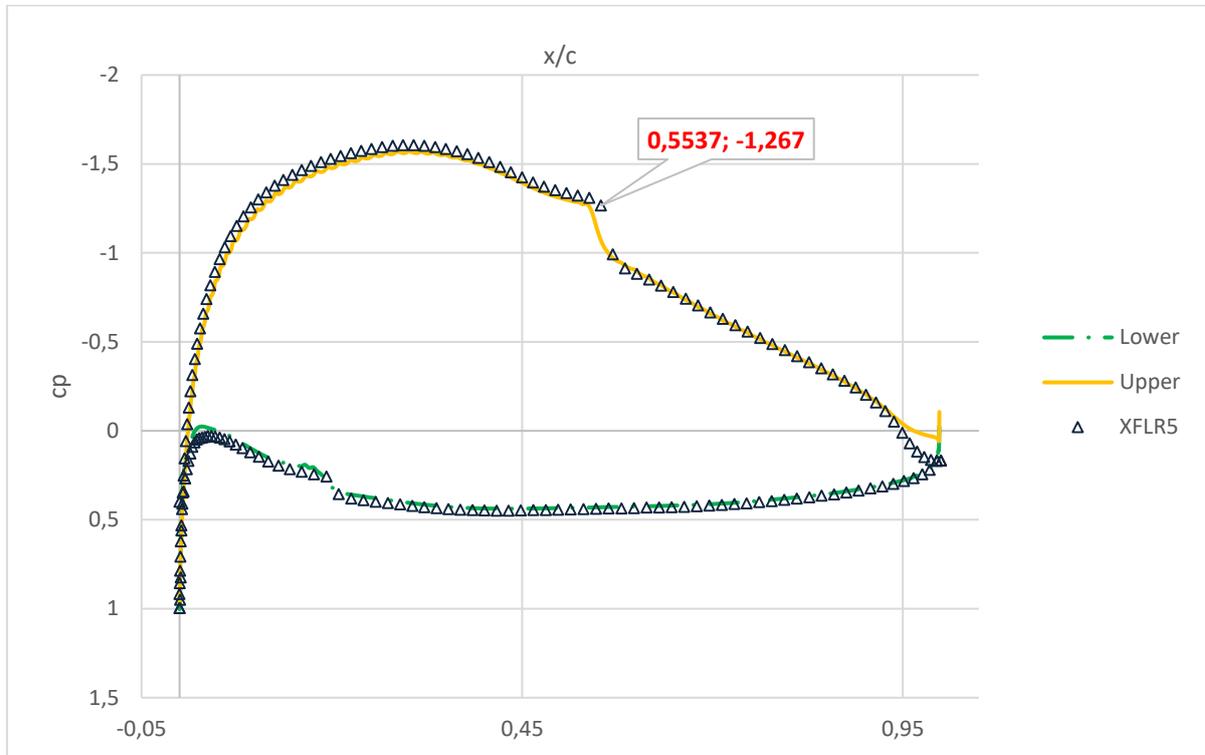
#### 4.3.7.3 Notas para gráfico de Cp em ângulo 2°

Na Figura 21 a mesma intensificação ocorre no ponto de descolamento do fluido, CFD prediz com maior intensidade o Cp no local. Novamente destacado para visualização.

Diferente da análise anterior esse disponibiliza localização bi-dimensional para melhor entendimento do leitor ao inspecionar tal gráfico. Para visualização otimizada será sugerido à FAHOR a disponibilidade de um banco de dados para alocar as informações contidas, o que mais tarde permitirá maior flexibilidade em visualizar os

resultados aqui e, portanto, estudos mais profundos e mais sólidos em trabalho posteriores a esse aqui presente.

Figura 21 - Gráfico de  $C_p$  x Corda 2 deg



Fonte: Autor (2017)

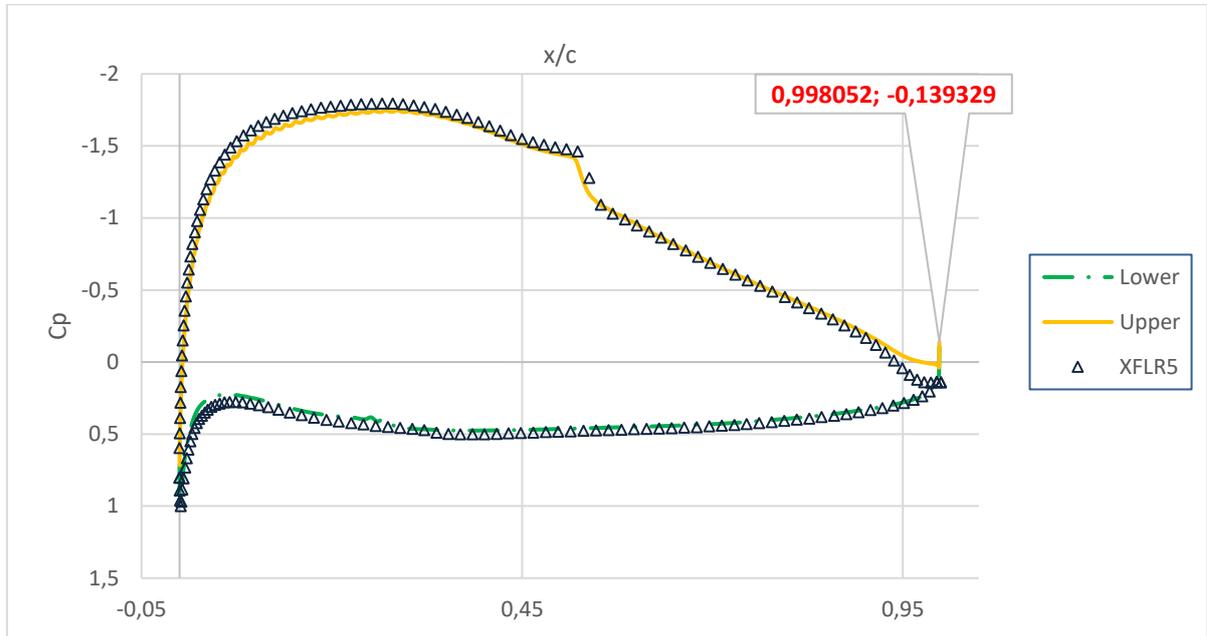
#### 4.3.7.4 Notas para gráfico de $C_p$ em ângulo 4º

Os valores de coeficiente de pressão demonstraram suavemente uma intensidade maior com relação à sucção ao longo do bordo de ataque, na região superior do aerofólio. Também foi constatado a presença do fenômeno ao final do bordo de fuga, porém mais acentuado e detalhado em Figura 22.

Foi feita uma nota em vermelho contendo os valores de localização na corda e coeficiente de pressão, estes a 0,998052 m de distância do bordo de ataque e com  $C_p$  igual a -0,139329, respectivamente.

A mesma identificou um decréscimo da pressão ao fim do bordo de fuga, que por sua vez indica sucção, e, se for comparado ao XFLR5, demonstra comportamento oposto, sendo que o mesmo encontrou um valor positivo.

Figura 22 - Gráfico de Cp x Corda 4 deg

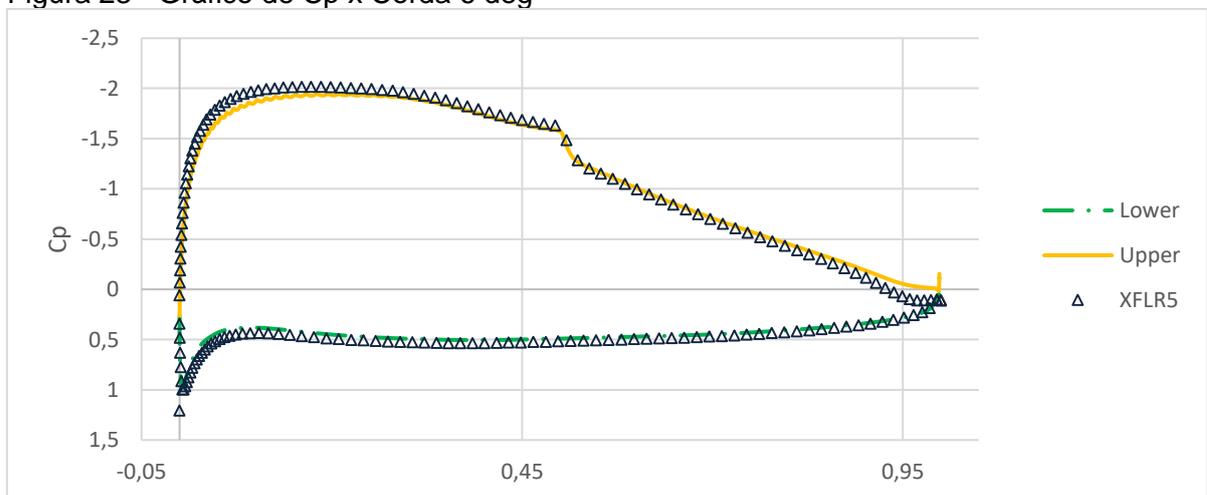


Fonte: Autor (2017)

#### 4.3.7.5 Notas para gráfico de Cp em ângulo 6°

Predição em bordo de ataque identifica maior força de sucção (Figura 23), se comparada ao XFLR5 como também indica acréscimo no potencial de sustentação do perfil conforme aumenta .

Figura 23 - Gráfico de Cp x Corda 6 deg

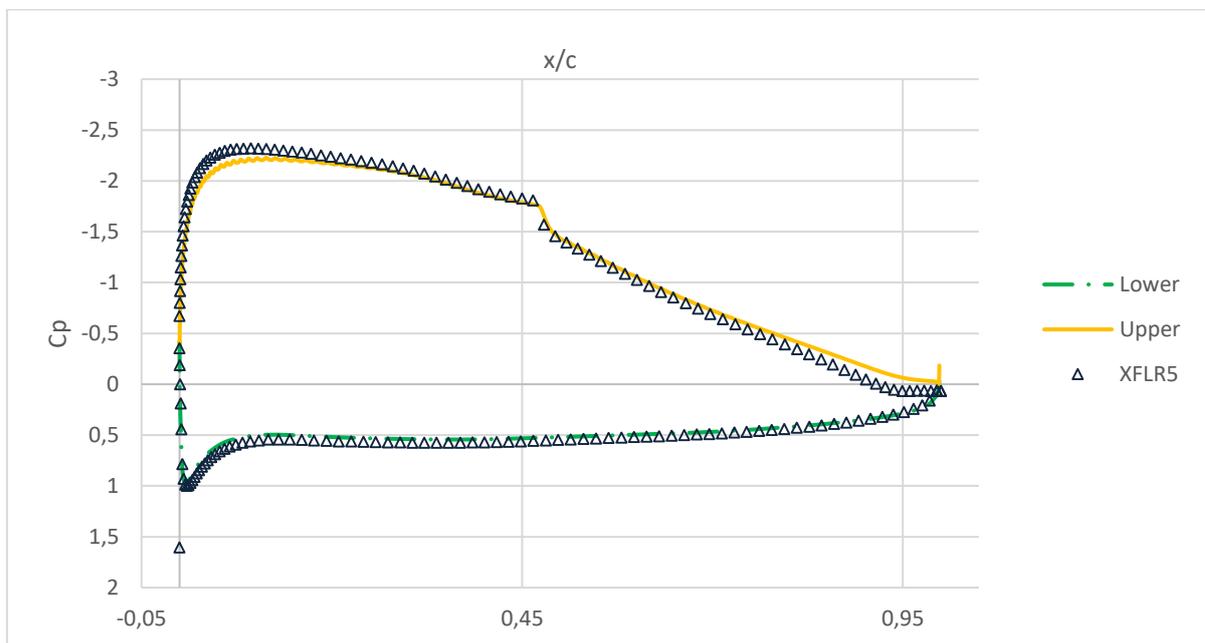


Fonte: Autor (2017)

#### 4.3.7.6 Notas para gráfico de Cp em ângulo 8°

Na Figura 24, o CFD conseguiu prever, comportamento de fluido ao longo do perfil em região onde XFLR5 não convergiu, ambos porém obedecem um trajeto de curva que permite deduzir precisão entre si. Mesmo fenômeno no bordo de ataque e maior divergência na intensidade do coeficiente de pressão, acontecendo agora antecipado ao bordo de fuga.

Figura 24 - Gráfico de Cp x Corda 8 deg



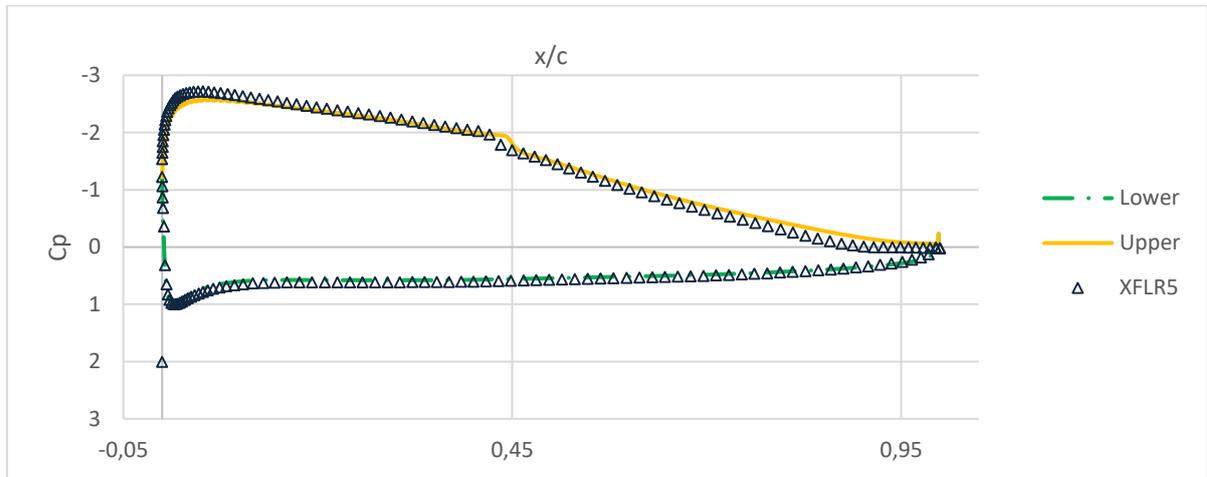
Fonte: Autor (2017)

#### 4.3.7.7 Notas para gráfico de Cp em ângulo 10°

Na Figura 25 XFLR5 soluciona ponto distante e sem “vizinhos” próximos a ele; a solução CFD prediz menor intensidade em bordo de ataque, maior em região a 45% do bordo de ataque.

Além disso o CFD continuou apresentando uma distribuição com maior intensidade logo antes do bordo de fuga, o que aponta uma disparidade entre a predição de descolamento do fluido do corpo encontrada através do método aplicado pelo XFLR5 e aquela pelo CFD usado nesse estudo.

Figura 25 - Gráfico de Cp x Corda 10 deg

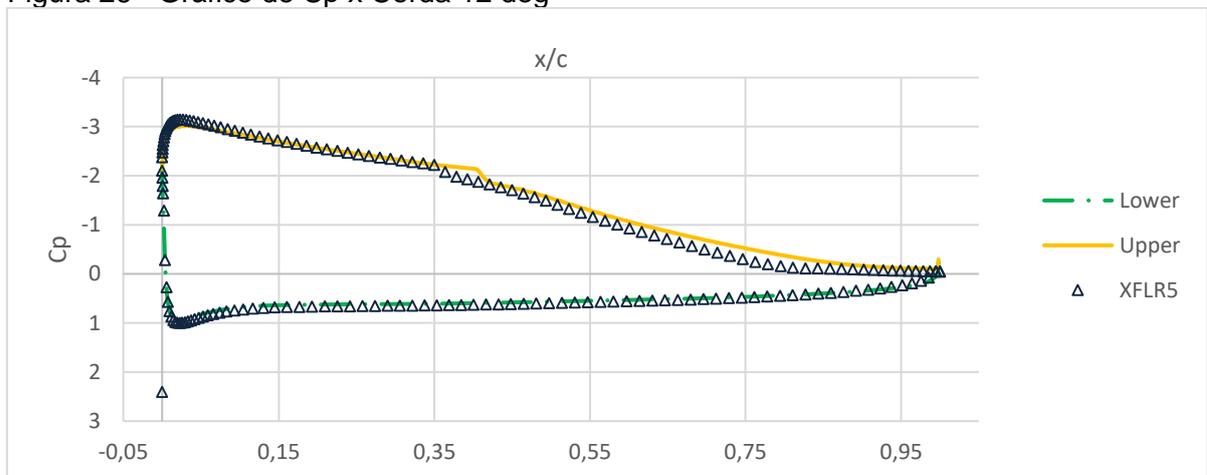


Fonte: Autor (2017)

#### 4.3.7.8 Notas para gráfico de Cp em ângulo 12°

Simulação prediz aumento da intensidade do coeficiente de pressão posterior ao XFLR5 em Figura 26. Possivelmente curvatura de perfil requer alteração de constantes do modelo de turbulência  $\gamma Re\theta$  ou, uma solução mais simples, processo de aumento de resolução de malha e/ou qualidade de elementos na região. XFLR5 prediz perda de sustentação (decréscimo do  $C_p$  negativo) considerável anterior ao bordo de fuga. Tal não acontece com a predição do modelo CFD.

Figura 26 - Gráfico de Cp x Corda 12 deg

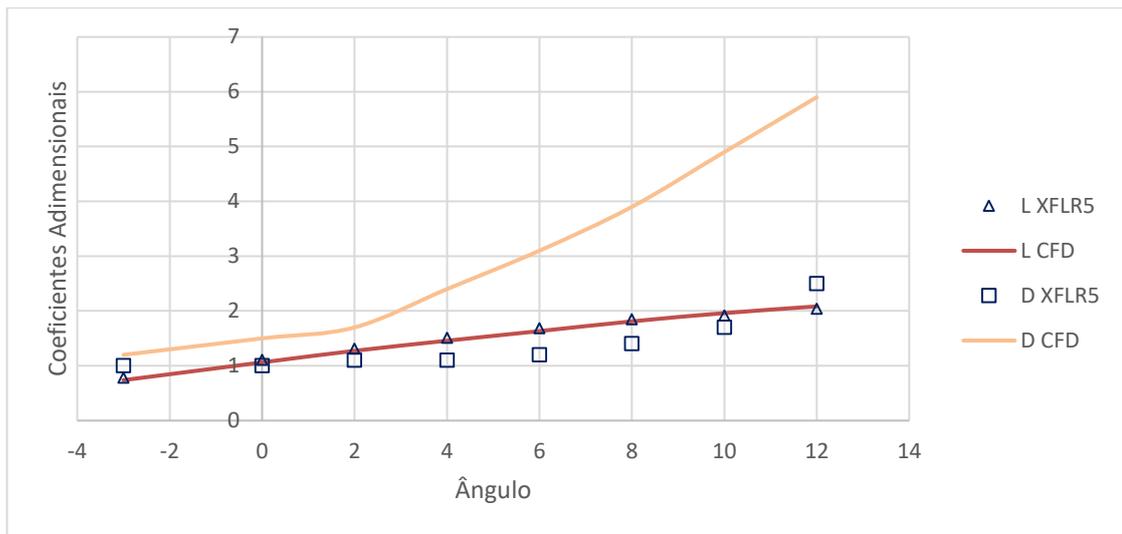


Fonte: Autor (2017)

### 4.3.8 Coeficientes Aerodinâmicos resultantes

Pelo uso das Equações 1 e 2 e dos vetores Normal e Axial (já na forma de coeficiente aerodinâmico) resolvidos pelo método CFD, os seguintes coeficientes foram obtidos e ilustrados na Figura 27:

Figura 27 - Coeficientes aerodinâmicos



**Fonte:** Autor (2017)

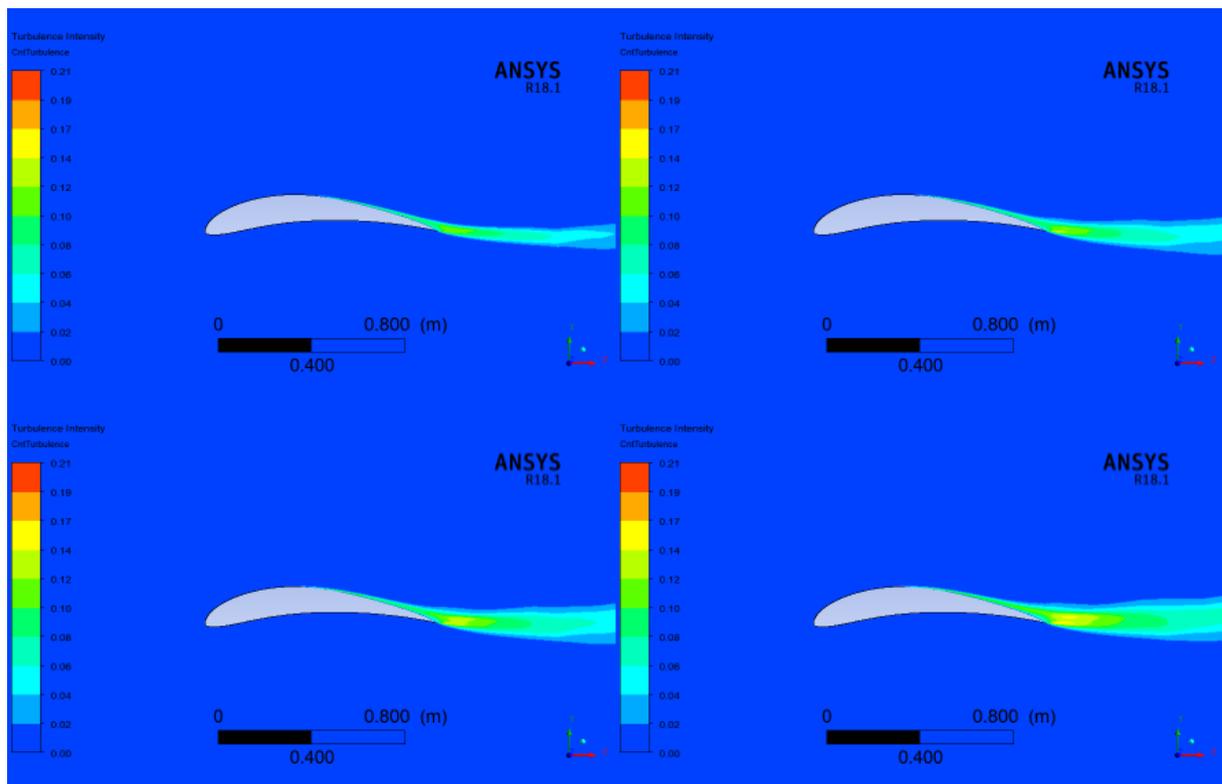
Em comparativo ao obtido com o XFLR5 ilustrados na Figura 27, tem-se o coeficiente de arrasto multiplicado pelo fator de 100 para poder ser comparado junto ao coeficiente de sustentação.

A sustentação obtida pelo CFD possui coloração vermelho escura, a mesma está sendo comparada aos triangulos vazados, os quais representam a sustentação obtida por meio do XFLR5, as duas linhas se encontram muito próximas uma da outra indicando convergência na predição da sustentação pelo uso dos dois métodos.

O arrasto por sua vez é representado por uma linha de cor clara, correspondendo ao método CFD, e por quadrados vazados, correspondendo ao simulado por XFLR5. Pela comparação ocorre uma divergência gradativa a medida que se acentua o ângulo de ataque, suficiente para tornar o arrasto obtido pelo CFD superior a duas vezes aquele encontrado no XFLR5, que pode ser visualizado na linha de grade na qual situa-se o ângulo de 12°.

Considerando que, as medições do coeficiente de pressão, tanto por parte do simulado em XFLR5 quanto simulado por CFD, tenham obtido grande proximidade uma da outra, a parcela de arrasto causado por pressão não foi, aparentemente, afetada, o que indica um desenvolvimento da força de arrasto devido ao descolamento do fluido, esse gerado pela turbulência, essa mais intensa do que ângulos de ataque menos acentuados e que pode ser visualizada na Figura 18, representada abaixo.

Figura 28 - Contornos de Turbulência (Grupo de ângulos nº 2)



Fonte: Autor (2017)

## CONCLUSÃO

Ao término desse trabalho, foi possível comprovar o uso do método CFD, produzindo bons resultados, uma vez que foi possível coletar os coeficientes aerodinâmicos e demais gráficos e diagramas que foram úteis para análise, sendo assim, o objetivo principal foi alcançado. O mesmo trabalho alcançou também sucesso na geração de malha e no modelamento matemático, pois os coeficientes de sustentação foram muito próximos àqueles pelo método de XFLR5, considerando que foram avaliados em uma ampla faixa de ângulos de ataque e foram analisados individualmente. Sendo assim, o trabalho também conseguiu sucesso no desenvolvimento dos objetivos específicos.

Constatou-se ainda a capacidade do método CFD para a solução do problema, uma vez que, com precisão, possibilitou uma análise dos fenômenos mais detalhada àquela feita por meio do XFLR5, que por sua vez abrange a área delimitada pelo domínio, agregando maior volume de informações úteis em relação ao software XFLR5.

O software ANSYS, em sua versão estudantil, constituiu grande função, por primeiramente disponibilizar o modelo de MENTER e LANGTRY, o que oferece ao acadêmico praticidade no uso das tecnologias em simulação numérica que estão se desenvolvendo na atualidade. Além dessa disponibilidade, o mesmo programa conseguiu solucionar um escoamento com grande grau de refinamento em sua malha por possibilitar ao acadêmico um limite de até 500.000 elementos em seu módulo de fluidodinâmica.

Por fim, constatou-se um melhor entendimento acerca da aerodinâmica que constitui uma das partes mais importantes no dimensionamento do aeromodelo levado às competições pela equipe MasBáh AeroDesign, o que faz desse trabalho um grande auxílio para a equipe em seu projeto aerodinâmico como também de projetos internos da faculdade no futuro, envolvendo uso de ferramentas computacionais, para resolução de escoamentos do mesmo tipo.

## REFERÊNCIAS

ANDERSON, John David. **Fundamentos de Engenharia Aeronáutica**. Nova York: McGraw-Hill Education, 7ª Ed. 2015.

ANSYS. **Workbench User's Guide**. 2017.

BRUNETTI, Franco (SP). **Mecânica dos Fluidos**. 2. Ed. Rev. São Paulo: Pearson Prentice, 2008.

DEMO, Pedro. **Pesquisa e construção do conhecimento: metodologia científica no caminho de Habermas**. Rio de Janeiro: Tempo Brasileiro, 1994.

FORTUNA, Armando O. **Técnicas Computacionais para Dinâmica dos Fluidos**. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2000.

FOX, Robert W.; MCDONALD, Alan T. **Introdução à Mecânica dos Fluidos**. 5. Ed. Trad. de R.N.N. Koury e G.A.C. França. Rio de Janeiro: LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 2001.

MAVRIPLIS, D. J.; VASSBERG, J. C.; TINOCO, E. N.; MANI, M.; BRODERSEN, O. P.; EISFELD, B.; WAHLS, R. A.; MORRISON, J. H.; ZICKUHR, T.; LEVY, D.; MURAYAMA, M. **Grid Quality and Resolution Issues from the Drag Prediction Workshop Series**. *Journal of Aircraft*, Vol. 46, No. 3, 2009.

MCCORMICK, Barnes W. **Aerodynamics, Aeronautics, and Flight Mechanics**. 2ª Ed. Editora Wiley, 1995.

MENTER, F. R. **Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications**. *AIAA Journal*. 32(8). 1598–1605. August 1994.

MENTER, F.R., LANGTRY, R.B., Likki, S.R., Suzen, Y.B., Huang, P.G., and Völker, S. **A Correlation based Transition Model using Local Variables Part 1- Model Formulation**. ASME-GT2004-53452, ASME TURBO EXPO 2004, Vienna, Austria.

MUNSON, Bruce R.; YOUNG, Donald F.; OKIISHI, Theodore H. **Fundamentos da mecânica dos fluidos**. 4. Ed. Americana. Trad. de Euryale de Jesus Zerbini. São Paulo: Edgard Blücher, 2004.

POINTWISE. **Mesh Generation for Airframe Noise Computations**. Disponível em: <<http://amber.aae.uiuc.edu/~m-selig/ads.html>>. Acesso em: Abril de 2017

RODRIGUES, Luiz E. M. J. **Fundamentos da engenharia aeronáutica**. São Paulo: Cengage Learning, 2013.

ROSA, Edison da. **Introdução ao Projeto Aeronáutico: uma contribuição à Competição SAE AeroDesign**. Florianópolis: UFSC/GRANTE, 2006.

UIUC Airfoil Data Site, Michael Selig. Department of Aeronautical and Astronautical Engineering, University of Illinois at Urbana-Champaign, Urbana, Illinois 61801. Disponível em: <<http://amber.aae.uiuc.edu/~m-selig/ads.html>>. Acesso em: Março de 2017.

WHITE, Frank M. **Fluid Mechanic**. Editora McGraw-Hill. 4ª Ed. 2000.

## ANEXO

Constam aqui as equações utilizadas através da interface gráfica do ANSYS, sendo essas validadas através dos comparativos feitos por Menter e Langtry (2004).

Equações do modelo de turbulência testado por Menter e Langtry (2004)

$$\frac{\partial (\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_j k)}{\partial x_j} = \hat{P}_k - \hat{D}_k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right]$$

(Equação 28)

$$\frac{\partial (\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_j \omega)}{\partial x_j} = P_\omega - D_\omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \sigma_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + 2(1 - F_1) \frac{\rho \sigma_{\omega 2}}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}$$

(Equação 29)

$$\frac{\partial (\rho \gamma)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_j \gamma)}{\partial x_j} = P_\gamma - E_\gamma + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_f} \right) \frac{\partial \gamma}{\partial x_j} \right]$$

(Equação 30)

$$\frac{\partial (\rho \hat{R}e_{\theta t})}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_j \hat{R}e_{\theta t})}{\partial x_j} = P_{\theta t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \sigma_{\theta t} (\mu + \mu_t) \frac{\partial \hat{R}e_{\theta t}}{\partial x_j} \right]$$

(Equação 31)

As fontes dos termo de Gamma ( $\gamma$ )

$$P_\gamma = F_{length} c_{a1} \rho S [\gamma F_{onset}]^{0.5} (1 - c_{e1} \gamma)$$

(Equação 32)

$$E_\gamma = c_{a2} \rho \Omega \gamma F_{turb} (c_{e2} \gamma - 1)$$

(Equação 33)

Onde:

$$F_{onset1} = \frac{Re_V}{2.193 Re_{\theta c}} \quad Re_V = \frac{\rho S d^2}{\mu} \quad F_{onset2} = \min(\max(F_{onset1}, F_{onset1}^4), 2.0)$$

$$R_T = \frac{\rho k}{\mu \omega}$$

(Equação 34)

$$F_{onset3} = \max \left[ 1 - \left( \frac{R_T}{2.5} \right)^3, 0 \right]$$

(Equação 35)

$$F_{onset} = \max (F_{onset2} - F_{onset3}, 0)$$

(Equação 36)

$$F_{turb} = \exp \left[ - \left( \frac{R_T}{4} \right)^4 \right]$$

(Equação 37)

$$F_{length} = F_{length,1} (1 - F_{sublayer}) + 40.0 F_{sublayer}$$

(Equação 38)

$$F_{length,1} = \begin{cases} 39.8189 + (-119.270 \cdot 10^{-4}) \hat{Re}_{\theta t} + (-132.567 \cdot 10^{-6}) \hat{Re}_{\theta t}^2, & \hat{Re}_{\theta t} < 400; \\ 263.404 + (-123.939 \cdot 10^{-2}) \hat{Re}_{\theta t} + (194.548 \cdot 10^{-5}) \hat{Re}_{\theta t}^2 + (-101.695 \cdot 10^{-8}) \hat{Re}_{\theta t}^3, & 400 \leq \hat{Re}_{\theta t} < 596; \\ 0.5 - (3.0 \cdot 10^{-4}) (\hat{Re}_{\theta t} - 596.0), & 596 \leq \hat{Re}_{\theta t} < 1200; \\ 0.3188 & 1200 \leq \hat{Re}_{\theta t} \end{cases}$$

(Equação 39)

$$F_{sublayer} = \exp \left[ - \left( \frac{Re_{\omega}}{200} \right)^2 \right]$$

(Equação 40)

$$Re_{\omega} = \frac{\rho \omega d^2}{\mu}$$

(Equação 41)

$$Re_{\theta c} = \begin{cases} (-396.035 \cdot 10^{-2}) + (10120.656 \cdot 10^{-4}) \hat{Re}_{\theta t} + (-868.230 \cdot 10^{-6}) \hat{Re}_{\theta t}^2 + (696.506 \cdot 10^{-9}) \hat{Re}_{\theta t}^3 + (-174.105 \cdot 10^{-12}) \hat{Re}_{\theta t}^4, & \hat{Re}_{\theta t} \leq 1870; \\ \hat{Re}_{\theta t} - (593.11 + 0.482 (\hat{Re}_{\theta t} - 1870.0)) & 1870 < \hat{Re}_{\theta t} \end{cases}$$

(Equação 42)

Sendo  $\rho$  densidade,  $\mu$  viscosidade dinâmica,  $d$ , distância do ponto em campo até a parede mais próxima,  $S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$  a magnitude da taxa de deformação,  $\Omega = \sqrt{2W_{ij}W_{ij}}$  é a magnitude da vorticidade, com:

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

(Equação 43)

$$W_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

(Equação 44)

O termos da equação  $\hat{Re}_{\theta t}$  é definido como:

$$P_{\theta t} = c_{\theta t} \frac{\rho}{T} \left( Re_{\theta t}^{eq} - \hat{Re}_{\theta t} \right) (1.0 - F_{\theta t})$$

(Equação 45)

para qual,

$$T = \frac{500\mu}{\rho U^2}$$

(Equação 46)

$$U = \sqrt{u_k u_k}$$

(Equação 47)

$$F_{\theta t} = \min \left[ \max \left( F_{wakeexp} \left( - \left( \frac{d}{\delta} \right)^4 \right), 1.0 - \left( \frac{c_{e2}\gamma - 1}{c_{e2} - 1} \right)^2 \right), 1.0 \right]$$

(Equação 48)

$$\delta = \frac{375\Omega\mu\hat{Re}_{\theta t}d}{\rho U^2}$$

(Equação 49)

$$F_{wake} = \exp \left[ - \left( \frac{Re_{\omega}}{1 \cdot 10^5} \right)^2 \right]$$

(Equação 50)

$$\lambda_{\theta} = \frac{\rho \theta_t^2}{\mu} \frac{dU}{ds}$$

(Equação 51)

$$Tu = 100 \frac{\sqrt{2k/3}}{U}$$

(Equação 52)

$$\frac{dU}{ds} = \frac{u_m u_n}{U^2} \frac{\partial u_m}{\partial x_n}$$

(Equação 53)

$$Re_{\theta t}^{eq} = \begin{cases} (1173.51 - 589.428Tu + 0.2196Tu^{-2}) F(\lambda_{\theta}), & Tu \leq 1.3; \\ 331.50 (Tu - 0.5658)^{-0.671} F(\lambda_{\theta}) & Tu > 1.3 \end{cases}$$

(Equação 54)

$$F(\lambda_{\theta}) = \begin{cases} 1 + [12.986\lambda_{\theta} + 123.66\lambda_{\theta}^2 + 405.689\lambda_{\theta}^3] \exp \left( - \left( \frac{Tu}{1.5} \right)^{1.5} \right), & \lambda_{\theta} \leq 0; \\ 1 + 0.275 [1 - \exp(-35.0\lambda_{\theta})] \exp \left( - \frac{Tu}{0.5} \right) & \lambda_{\theta} > 0 \end{cases}$$

(Equação 55)

Para os autores Menter e Langtry (2004), é importante denotar  $Re_{\theta t}^{eq}$  é uma função implícita de  $\theta t$  devido a presença de  $\lambda_{\theta}$  desde que:

$$Re_{\theta t}^{eq} = \frac{\rho U \theta_t}{\mu}$$

(Equação 56)

A Equação 56 é então resolvida de acordo com Menter e Langtry (2004) iterando o valor de  $\theta_t$

As constants de calibração para o modelo de Langtry-Menter são:

$$\begin{aligned}
c_{a1} &= 2.0 & c_{\theta t} &= 0.03 \\
c_{a2} &= 0.06 & s_1 &= 2 \\
c_{e1} &= 1.0 & \sigma_f &= 1.0 \\
c_{e2} &= 50 & \sigma_{\theta t} &= 2.0
\end{aligned}$$

(Equação 57)

As condições de contorno para  $\gamma$  e  $\hat{Re}_{\theta t}$  são:

$$\frac{\partial \gamma}{\partial n} \Big|_{wall} = 0$$

(Equação 58)

$$\gamma_{far\ field} = 1$$

(Equação 59)

$$\frac{\partial \hat{Re}_{\theta t}}{\partial n} \Big|_{wall} = 0$$

(Equação 60)

$$\hat{Re}_{\theta t, far\ field} = \begin{cases} (1173.51 - 589.428Tu_{\infty} + 0.2196Tu_{\infty}^{-2}), & Tu_{\infty} \leq 1.3; \\ 331.50 (Tu_{\infty} - 0.5658)^{-0.671} & Tu_{\infty} > 1.3 \end{cases}$$

(Equação 61)

Os efeitos da transição laminar-turbulento são introduzidos para o modelo base, SST, modificando o termo fonte da energia de turbulência cinemática como:

$$\hat{P}_k = \gamma_{eff} P_{k, SST}$$

(Equação 62)

$$\hat{D}_k = \min(\max(\gamma_{eff}, 0.1), 1.0) D_{k, SST}$$

(Equação 63)

$$\gamma_{eff} = \max(\gamma, \gamma_{sep})$$

(Equação 64)

$$\gamma_{sep} = \min\left(s_1 \max\left[0, \left(\frac{Re_V}{3.235 Re_{\theta c}}\right) - 1\right] F_{reattach}, 2\right) F_{\theta t}$$

(Equação 65)

$$F_{reattach} = \exp \left[ - \left( \frac{R_T}{20} \right)^4 \right]$$

(Equação 66)

A forma da equação da dissipação no modelo SST base permanece inalterada, e a modificação da função de mistura  $F_1$  é necessária no modelo Menter-Langtry.

$$R_y = \frac{\rho d \sqrt{k}}{\mu}$$

(Equação 67)

$$F_3 = \exp \left[ - \left( \frac{R_y}{120} \right)^8 \right]$$

(Equação 68)

$$F_1 = \max (F_{1,SST}, F_3)$$

(Equação 69)

$$-0.1 \leq \lambda_\theta \leq 0.1$$

$$Tu \geq 0.027$$

$$Re_{\theta t} \geq 20$$

(Equação 70)